



Epreuve du 1^{er} groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.

Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.

Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^o 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (4 points).

1. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q .
 - a. Quel est son terme général? 1 pt
 - b. Quelle est la somme de ses n premiers termes? 1 pt
2. Mêmes questions pour $(v_n)_{n>0}$, suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r . 2 pts

Exercice 2 (4 points).

Fatou dispose, au 01 janvier 2017, d'un capital de 100.000 Fcfa qu'elle veut placer dans un compte d'épargne dans une banque.

Deux banques A et B lui proposent d'ouvrir dans leurs livrets d'épargne un compte. Chacune d'elles lui présente une formule pour le taux d'intérêt.

La banque A lui propose un taux d'intérêt fixe de 1000 FCfa par an.

La banque B lui propose un taux d'intérêt annuel de "un pour cent" de son avoir.

Fatou fait des simulations avec les deux propositions pour voir l'offre la plus intéressante.

1. Soit u_n son avoir en $2017 + n$ à la banque A et v_n son avoir en $2017 + n$ à la banque B .
 - a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n , puis v_{n+1} en fonction de v_n . 1 pt
 - b. Quelle est la nature de chacune des suites (u_n) et (v_n) . 1 pt
 - c. Donner le terme général de chacune des suites (u_n) et (v_n) . 1 pt
2. Quelle est la banque qui propose la meilleure offre à Fatou pour dix ans d'épargne? 1 pt

PROBLEME (12 points).

Partie A

1. Soit u une fonction non nulle dérivable sur son domaine de définition.

Quelle est la dérivée de $\ln |u(x)|$? 1 pt

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln |x|$ existe-elle? Si oui, déterminer-la. 0,5 pt

3. Mêmes questions pour $\lim_{x \rightarrow 0^-} \ln |x|$. 0,5 pt

Partie B

On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = x^2 + 1 - \ln |x|$$

-
1. Déterminer le domaine de définition, D_g , de g . 1 pt
2. Montrer que la fonction g est paire. 1 pt
3. Choisissons comme domaine d'étude de la fonction g , D_E , l'intervalle $] - \infty, 0[$.
- a. Calculer les limites de $g(x)$ aux bornes de D_E . 1 pt
- b. Préciser les asymptote et branche infinie à la courbe de la fonction g sur D_E . 1 pt
- c. Etudier les variations de la fonction g . 0,5 pt
- d. Dresser le tableau de variation de g . 0,5 pt
4. Soit (Cg) la courbe représentative de g dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'unité graphique 2 cm.
- a. Construire la partie de la courbe (Cg) sur D_E . 1 pt
- b. En déduire la construction complète de (Cg) sur D_g . 1 pt
5. Soit a un réel, $a \in]0, \frac{\sqrt{2}}{2}[$.
- a. Calculer $\int_a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \ln(x)dx$. On utilisera l'intégration par parties. 1 pt
- b. Calculer A , l'aire du domaine du plan délimité par la courbe (Cg) , l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = a$ et $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 1 pt
- c. Calculer $\lim_{a \rightarrow 0} A$ et $\lim_{a \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}} A$. (0,5 + 0,5) pt