

MATHÉMATIQUES**EXERCICE- 1** (05,5 Points)

On dispose d'un dé parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1) On lance ce dé quatre fois de suite. Soit X la variable aléatoire réelle égale au nombre de sorties du nombre 6.

a) Etudier la loi de X . (Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles) (02 points)

b) Etudier la probabilité d'obtenir au moins une fois le numéro 6. (01 point)

2) On lance ce dé n fois de suite. Soit p_n la probabilité d'obtenir au moins une fois le numéro 6.

a) Montrer que $p_n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$. (01point)

b) Pour quelles valeurs de n a-t-on $p_n \geq \frac{1}{2}$? (01 point)

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$. (0,5 point)

EXERCICE- 2 (04 Points)

Soit (U_n) la suite définie par
$$\begin{cases} U_0 = 9e \\ U_{n+1} = 3\sqrt{U_n} \end{cases}$$
 pour tout $n \in \mathbb{N}$.

On pose $V_n = \ln\left(\frac{U_n}{9}\right)$ pour tout entier naturel n .

1) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et calculer V_0 . (01,5 point)

2) Calculer V_n puis U_n en fonction de n . (02 points)

3) Etudier la limite de U_n lorsque n tend vers $+\infty$. (0,5 point)

EXERCICE-3 (04 Points)

Soit un entier naturel n non nul

1) Calculer en fonction de n l'intégrale $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin nx \, dx$. (0,5 point)

2) Linéariser l'expression $\sin^3 x \cos^3 x$. (02 points)

3) Calculer l'intégrale $J = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 3 \left[\frac{3}{32} \sin 2x - \frac{1}{32} \sin 6x \right] dx$. (01,5 point)

EXERCICE- 4

(06,5 Points)

Soit f une fonction dont le tableau complet des variations est le suivant.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+	
f	$-\infty$	↖ -6 ↘			$+\infty$	↘ -2 ↖			$+\infty$

1/ Préciser l'ensemble de définition D_f de f . **(01 point)**

2/ Déterminer les limites aux bornes de D_f . **(01 point)**

3/ Combien de fois la courbe (\mathcal{C}) de f coupe-t-elle l'axe des abscisses ? **(01 point)**

4/ La courbe coupe-t-elle l'axe des ordonnées? Justifier la réponse. **(0,5 point)**

5/ On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

a) En utilisant des données du tableau démontrer que :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2} + \frac{2}{x+1}. \quad \text{(02 points)}$$

b) Montrer que le point $I(-1 ; -4)$ est centre de symétrie de (\mathcal{C}) . **(01 point)**