



MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrées unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites, leur utilisation sera considérée comme une fraude. Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE I

(05 points)

Pour honorer ses engagements, un fournisseur contracte un prêt de 1.562 500F CFA auprès d'une banque avec un taux d'intérêt fixe de 20%.

1) Combien doit-il rembourser ? (1point)

2) Il doit rembourser cette somme en n mensualités ($n \geq 1$).

Au premier versement il donne 300.000F CFA et pour chacun des versements suivants il donne 25 000F de moins que le précédent. Soit U_n le versement du $n^{\text{ième}}$ mois.

a) Calculer U_2 et U_3 . (0,5point)

b) Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (1pt)

c) Exprimer U_n en fonction de n . (0,5point)

3) En combien de mois le prêt sera-t-il recouvert ? (2 points)

EXERCICE II

(04 points)

Des observateurs estiment que les huit équipes suivantes sont favorites pour la coupe du monde 2006 : Le Brésil, l'Argentine, l'Allemagne, l'Italie, la Tchéquie, la Hollande, l'Angleterre et la France. On s'intéresse aux quatre premières places dans l'ordre.

1) De combien de façons peut-on classer les huit équipes pour les 4 places ? (1point)

2) Calculer la probabilité des évènements suivants : (1point)

a) A : « Une équipe d'Amérique du Sud remporte la coupe ». (1point)

b) B : « Deux équipes Européennes sont première et deuxième ». (1point)

c) C : « Les deux premières équipes ne sont pas du même continent ». (1point)

PROLEME

(11 points)

I/ 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $e^x - e^{-x} = 0$. **(0,5point)**

2) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

a) Déterminer le domaine de définition de f , noté D_f . **(0,5point)**

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f(-x) = -f(x)$. En déduire que l'origine du repère est le centre de symétrie de (C_f) . **(1point)**

II/ Dans la suite du problème, on étudiera la fonction f sur $]0, +\infty[$.

1) a) Calculer la limite de f en 0 à droite. **(0,5point)**

b) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = \frac{1 + e^{-2x}}{1 - e^{-2x}} ; \text{ en déduire la limite de } f \text{ en } +\infty. \quad \mathbf{(1,5point)}$$

c) Quelles sont les asymptotes à la courbe C_f ? **(0,5point)**

2) Montrer que $f'(x) = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$; en déduire le sens de variation de f sur $]0, +\infty[$. **(1,5point)**

3) Donner le tableau de variation de f sur $]0, +\infty[$. **(0,5point)**

4) Construire la courbe (C_f) et ses asymptotes sur $]0, +\infty[$. **(1point)**
En utilisant la question I / 2b, construire (C_f) sur D_f . **(0,75point)**

III/ /

Soit A le domaine limité par (C_f) et les droites d'équations :

$x = 1$, $x = 2$ et l'axe des abscisses. On pose $u(x) = e^x - e^{-x}$

1) Montrer que $f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$. En déduire une primitive F de f sur $]0, +\infty[$. **(1,5point)**

2) Exprimer en cm^2 une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire du domaine A . **(1,25point)**