

**MATHÉMATIQUES**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrées unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites, leur utilisation sera considérée comme une fraude. Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE I**(06 Points)**

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 1$; où a et b sont deux nombres réels.

I/ Déterminer les nombres réels a et b pour que $P(x)$ soit factorisable par le produit $(x-1)(x+1)$.

(01,5 point)

II/ Dans cette question on suppose que $a = 1$ et $b = -2$.

1) Montrer que $-\frac{1}{2}$ est une racine de $P(x)$; puis écrire $P(x)$ en produit de facteurs du 1^{er} degré. **(01 point)**

2) Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $P(x) \geq 0$;

(01 point)

b) $2e^{3x} + e^{2x} - 2e^x - 1 = 0$

(01 point)

c) $\ln 2x + \ln(x^2 + x) \geq \ln(x^2 + 2x + 1)$.

(01,5 point)**EXERCICE II****(05 Points)**

Un sac contient neuf jetons portant respectivement les numéros: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9.

1) On tire successivement, sans remise, trois jetons du sac. Le résultat obtenu est un nombre de trois chiffres.

Le premier jeton donne le chiffre des unités, le deuxième celui des dizaines et le troisième celui des centaines.

a) Déterminer le nombre de résultats possibles.

(0,75 point)

b) Calculer les cardinaux des ensembles suivants :

A «le chiffre des unités du nombre obtenu est 9» ;

(0,75 point)

B «Le chiffre 9 figure dans le nombre obtenu».

(01 point)

2) On tire un jeton du sac, on note le chiffre qu'il porte puis on le remet dans le sac. On répète trois fois cette opération. On obtient ainsi un nombre de trois chiffres de la même façon qu'à la question n°1.

a) Déterminer le nombre de possibilités.

(0,75 point)

b) Calculer les cardinaux des ensembles suivants :

C «le chiffre des unités du nombre obtenu est 9» ;

(0,75 point)

D «le chiffre 9 figure exactement une fois dans le nombre obtenu».

(01 point)

PROBLEME (09 Points)

I / Soit la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par :

$f(x) = ax^3 + bx - 2$ où a et b sont des nombres réels. (Cf) sa représentation graphique dans un repère orthonormé, unité 1cm.

- 1) Déterminer la dérivée f' de f . (0,5 point)
- 2) Déterminer les réels a et b sachant que:
 $f'(0) = -3$ et $f'(1) = 0$. (01 point)

II / On pose $a = 1$ et $b = -3$.

- 1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. (01,5 point)
- 2) Montrer que le point $S(0, -2)$ est centre de symétrie de la courbe (Cf) . (01 point)
- 3) a) Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe (Cf) avec l'axe des abscisses. (01,5 point)
b) Déterminer une équation de la tangente à (Cf) en chacun de ces points. (01 point)
- 4) Construire les tangentes puis la courbe (Cf) dans le repère. (01,5 point)
- 5) Déterminer en cm^2 l'aire du domaine délimité par la courbe (Cf) , l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$. (01 point)