UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT

B.P. 5005 – DAKAR – Fann - Sénégal

Téléfax (221) 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81



15 T 21 A 01

Durée: 4 heures

Série F6 - Coef : 4

**Epreuve du 1er Groupe**

# MATHEMATIQUES

## EXERCICE : 1 (03,5 points)

**1**/ Montrer que $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{-1-i}{\sqrt{2}}$. **(01 point)**

2/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = 1$. On donnera les solutions sous forme trigonométrique et sous forme algébrique. **(0,5 pt+0,5pt)**

3/ Déduire des questions précédentes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation :

$$(E) : Z^3 = \frac{-1-\mathrm{i}}{\sqrt{2}}.$$

On donnera les solutions sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. **(0,75 pt+0,75pt)**

## EXERCICE : 2 (04,5 points)

Soit l'équation différentielle (E) : $y'' + 2y' + 2y = 2\cos 2x + 2\sin 2x$.

1/ Soit $f(x) = a\cos 2x + b\sin 2x$.
Déterminer les réels a et b pour que f soit solution de (E). **(01 point)**

2/ Montrer qu'une fonction g est solution de (E) si et seulement si g – f est solution de l'équation différentielle (E') : $y'' + 2y' + 2y = 0$. **(01 point)**

3) Résoudre (E') : $y'' + 2y' + 2y = 0$. **(0,75 point)**

4) En déduire la solution générale de (E). **(0,75 point)**

5) Déterminer la solution g de (E) qui vérifie
$g(0) = 2$ et $g'(0) = 2$. **(01 point)**

## EXERCICE : 3 (04 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère le point A (4 ; 2 ; –5) et le plan (P) d'équation : $2x + 3y - 6z + 5 = 0$.

1/ Déterminer un vecteur normal $\vec{n}$ au plan (P). **(0,75 point)**

2/ On désigne par H le projeté orthogonal de A sur (P).

…/…2

On pose $\overrightarrow{HA} = t\vec{n}$ avec t réel. Déterminer t. **(01,25 point)**
3/ Déterminer les coordonnées du point H. **(0,75 point)**

4/ Calculer la distance du point A au plan (P). **(01,25 point)**

**PROBLEME** **(08 points)**

**Partie A** **(02 points)**
Soit la fonction f définie pour tout x appartenant à ] 0 ; +∞ [, par : $f(x) = x^2 - 2\ln x$.

1) Etudier le sens de variation de f. **(0,75 point)**

2) En déduire que f (x) > 0 pout tout x appartenant à ]0 ; + ∞[. **(01,25 point)**

**Partie B** **(06 points)**
Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{1 + \ln x}{x}$.
$(C_g)$ désigne sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2 cm.

1) a) Déterminer l'ensemble de définition $D_g$ de g. **(0,5 point)**
b) Calculer les limites de g aux bornes de $D_g$. **(01 point)**

2) a) Calculer g'(x), montrer que $g'(x) = \frac{f(x)}{2x^2}$. **(0,75 point)**
b) En déduire le tableau de variation de g. **(01 point)**

3) Montrer que l'équation g(x)= 0 admet dans 0 ; +∞ [, une unique solution $\alpha$ et que $\alpha \in ]0,34 ; 0,35[$.
**(0,75 point)**

4) a) Déterminer les branches infinies de $(C_g)$. **(0,5 point)**
b) Construire $(C_g)$. **(0,75 point)**

5) Déterminer en $cm^2$ l'aire du domaine plan délimité par $(C_g)$ et les droites d'équation :
$y = \frac{x}{2}$, $x = e$ et $x = e^2$. **(0,75 point)**

Fin