17 T 37 A R
Durée : 4 heures
Série : G – Coef. 5
Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (05 points)

Une loterie comporte 50 billets. Elle est conçue afin qu'un seul billet permet de gagner 500 F, 3 billets seulement font gagner chacun 200 F , 10 billets exactement font gagner chacun 100 F et on ne gagne rien avec les billets restants.
Un joueur achète trois billets. Calculer les probabilités des événements suivants :

a) Le joueur ne gagne rien. **(0,5 point)**
b) Le joueur gagne 100 F. **(0,5 point)**
c) Le joueur gagne au moins 200 F. **(01 point)**
d) Le joueur gagne 300 F. **(01,5 point)**
e) Le joueur gagne 500 F. **(01,5 point)**

EXERCICE 2 (04 points)

On donne la matrice suivante :

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$$

1) Calculer $A^2 - I$ et $A^3 - A$ où I est la matrice identité d'ordre 3. **(01,5 point)**
2) Montrer que A est une matrice inversible. **0,5 point)**
3) Déterminer la matrice inverse A^{-1} de A. **(01 point)**
4) Déterminer les solutions du système suivant :

$$\begin{cases} x+y+2z=1 \\ -y+z=2 \\ x-2y=-1 \end{cases}$$ **(01 point)**

PROBLEME (11 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x)= -x+3+ \frac{e^x}{e^x-3}$.

Soit ($\mathscr{C}_f$) la courbe représentative de f dans une repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}$) ; $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f. **(0,5 point)**

2) Vérifier que : $\forall x \in D_f, f(x)= -x+4+ \frac{3}{e^x-3}$. **(0,5 point)**

3) Calculer les limites de f aux bornes de D_f. **(02 points)**

4) a) Montrer que les droites (Δ_1) : y = - x + 3 et (Δ_2) : y = - x + 4 sont des asymptotes obliques à la courbe ($\mathscr{C}_f$). **(01 point)**
   b) Préciser la position de la courbe ($\mathscr{C}_f$) par rapport à la droite (Δ_1) et par rapport à la droite (Δ_2). **(01 point)**

5) a) Calculer f'(x). **(0,5 point)**
   b) Etudier le signe de f'(x). **(0,5 point)**
   c) Dresser le tableau de variation de f. **(0,5 point)**

6) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet deux solutions α et β avec $\alpha \in]0, 1[$ et $\beta \in]4, 5[$. **(01 point)**

7) Tracer (Δ_1), (Δ_2) et $\mathscr{C}_f$. **(02 points)**

8) a) Calculer l'intégrale $I= \int_{-2}^{0} \frac{e^x}{e^x-3}\,dx$. **(0,5 point)**
   b) En déduire l'aire en cm^2 du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}_f$, la droite Δ_1 et les droites d'équations x = - 2 et x = 0. **(01 point)**