



MATHÉMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdits. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

EXERCICE 1 (06,5 points)

Le salaire annuel d'un employé est $S_0 = 90\,000$ F en 2010. Chaque année son salaire augmente de 5%, par ailleurs son employeur lui alloue une prime constante de 1000F.

Soit S_n son salaire annuel en $(2010 + n)$.

- 1) Calculer le salaire de cet employé en 2011 et 2012. (01 pt)
- 2) Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 0$, $S_{n+1} = 1,05 S_n + 1000$. (0,5 pt)
- 3) Soit la suite (U_n) définie par : $U_n = S_n + 20\,000$. (01 pt)
 - a) Calculer U_0 et U_1 .
 - b) Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et dont on précisera le premier terme. (01,5 pt)
- 4) Exprimer U_n puis S_n en fonction de n . (01 pt)
 - c) Déterminer le salaire de cet employé en 2019. (0,5 pt)
- 5) En quelle année, le salaire de cet employé sera-t-il doublé ? (01 pt)

EXERCICE 2 (04 points)

Pour représenter la région de Thiès au festival national des arts, le comité régional doit choisir une délégation de six artistes parmi : quatre chanteurs dont deux femmes, trois danseurs dont deux femmes, deux artistes peintres hommes, deux coiffeuses et un coiffeur. Le comité décide de choisir simultanément et au hasard les six artistes.

- 1) Combien y-a-t-il de délégations possibles ? (0,5 pt)
- 2) Quelle est la probabilité qu'il y ait autant d'hommes que de femmes dans la délégation ? (01 pt)
- 3) Quelle est la probabilité de former une délégation où tous les arts sont représentés et qui comporte trois chanteurs ? (01 pt)
- 4) Parmi les artistes il y a exactement un chanteur et un danseur de la ville de Thiès. Combien de délégations peut-on alors former comportant exactement un chanteur et un artiste de la ville de Thiès ? (01,5 pt)

EXERCICE 3 (09,5 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(ax + b)$ où a et b sont des nombres réels.

(\mathcal{C}) désigne la courbe représentative de f dans le plan P muni d'un repère orthonormé.

- 1) Déterminer $f'(x)$ en fonction de a et b . (0,5 pt)
- 2) Déterminer les réels a et b pour que (\mathcal{C}) passe par le point $I \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix} \right)$ et admette en ce point une tangente (T) parallèle à la droite $D : y = -x$. (01,5 point)

EPREUVE DU 1^{er} GROUPE**PARTIE B**

Dans la suite de l'exercice, on prend $a = -1$ et $b = 2$. Soit $f(x) = \ln(2 - x)$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f et étudier les limites de f aux bornes de cet ensemble. **(02 pts)**
- 2) Déterminer la dérivée f' de la fonction f . **(0,5 pt)**
- 3) a) Etudier le signe de f' , en déduire le tableau de variations de f . **(01,5 pt)**
b) Ecrire une équation de la tangente (T). **(0,5 pt)**
- 4) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; en déduire la nature de la branche infinie à (\mathcal{C}) en $-\infty$. **(01 pt)**
- 5) Déterminer les coordonnées du point J intersection de (\mathcal{C}) avec l'axe des ordonnées. **(0,5 pt)**
- 6) Tracer la tangente (T), l'asymptote et la courbe (\mathcal{C}) dans le repère orthonormé. **(01,5 pt)**