

**M A T H E M A T I Q U E S**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrées unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites, leur utilisation sera considérée comme une fraude. Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE I**(05,5 points)**

Un employé d'une entreprise perçoit un salaire hebdomadaire en progression arithmétique qui atteint 12500F la sixième semaine.

Le cumul des sommes perçues pour ces six semaines est de 60000F.

On désigne par U_n le salaire de la $n^{\text{ème}}$ semaine.

1/ Calculer le salaire de la première semaine U_1 et la raison r de la suite. **(01,5 point)**

2/ En déduire que $U_n = 1000n + 6500$. **(0,5 point)**

3/ Au bout de combien de semaines, le salaire dépassera-t-il le double du salaire initial ? **(01 point)**

4/ a) Exprimer la somme $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ en fonction de n . **(01 point)**

b) Déterminer le nombre n de semaines nécessaires pour avoir un cumul de salaire de 1716000F. **(01,5 point)**

EXERCICE II**(04,5 points)**

NB: Les calculs peuvent être consignés dans un tableau et les formules utilisées doivent être visibles.

Le tableau suivant donne la production d'arachide d'une certaine région depuis l'année 2000.

Les années ont été numérotées x_i , avec $x_1 = 1$ pour 2000 et la production, exprimées en centaines de tonnes, est notée y_i .

Années	2000	2001	2002	2003	2004	2005
N° de repérage de l'année: x_i	1	2	3	4	5	6
Production en centaines de tonnes: y_i	5	9	7	10	12	10

1/ Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé à cette série statistique. **(01 point)**

2/ Par la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x . Tracer cette droite sur le graphique de la question précédente et indiquer les coordonnées du point moyen G . **(02,5 point)**

3/ En supposant que l'évolution est la même au cours des années suivantes quel tonnage pourrait-on prévoir en 2010 ? **(01 point)**

EXERCICE III**(10 points)**

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \ln(x^2 + 4x + 4)$.

- 1) a- Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$ et déterminer les limites aux bornes de D_f . **(01,5 point)**
b- Etudier les variations de f . **(01,5 points)**
- 2) Soit la courbe (C_f) représentative de f dans un repère orthonormé (unité 1cm).
a- Déterminer les points d'intersections de (C_f) avec les axes du repère. **(01 point)**
b- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisses 0. **(01 point)**
c- Montrer que la droite d'équation: $x = -2$ est axe de symétrie de (C_f) . **(01 point)**
d- Tracer C_f et la tangente (T) . **(01,5 point)**
- 3) Montrer que $f(x) = 2\ln(x+2)$ sur $] -2 ; +\infty [$. **(0,5 point)**
- 4) Soit la fonction F définie par $F(x) = 2(x+2) [\ln(x+2)-1]$.
Montrer que F est une primitive de f sur $] -2 ; +\infty [$. **(01 point)**
- 5) Calculer l'aire en cm^2 du domaine du plan limité par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$. **(01 point)**