

**MATHÉMATIQUES**

calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées Les  
rices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdits. Leur  
on sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

**EXERCICE n° 1 (05 points)**

Un lycée a choisi ses 15 délégués de classe : 7 garçons et 8 filles, parmi ces dernières, figure Nabou.

1) Ces délégués se réunissent pour élire un gouvernement scolaire de cinq membres comprenant : un président, un premier ministre, un ministre de l'intérieur, un ministre de la culture et des sports et un ministre des finances, sans cumul de postes.

a) Quel est le nombre de gouvernements possibles ? **(0,75 point)**

b) Calculer la probabilité des évènements suivants :

A « Nabou est élue présidente » ; **(0,75 point)**

B « Le premier ministre et le ministre des finances sont des filles » ; **(0,75 point)**

C « Le gouvernement scolaire comprend 2 filles et 3 garçons » . **(0,75 point)**

2) Pour représenter le lycée à un jumelage, ces délégués doivent choisir entre eux une délégation de cinq membres quelconques ne jouant aucun rôle.

a) Combien y a-t-il de délégations possibles ? **(0,5 point)**

b) Calculer la probabilité des évènements suivants :

D « la délégation comprend 2 garçons et 3 filles » ; **(0,75 point)**

E « la délégation comprend au moins une fille » . **(0,75 point)**

**EXERCICE n° 2 (05 points)**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{2}{5} u_n + 3$ .

1) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ . **(1,5 point)**

2)  $(v_n)$  est la suite définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 5$ .

a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{2}{5}$ . **(01 point)**

b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ . **(01 point)**

3) En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ . **(0,5 point)**

4) On note  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ .

Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ . **(01 point)**

**EXERCICE n° 3 (10 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$  de courbe (C) dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (unité : 1 cm).

1) Montrer que l'ensemble de définition de  $f$  est  $\mathbb{R}$ . **(0,5 point)**

2) Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$ , interpréter le résultat obtenu. **(01 point)**

3) a) Montrer que pour tout  $x$  réel,  $f'(x) = \frac{e^{2x}(e^x + 2)}{(e^x + 1)^2}$ . **(1,5 point)**

b) En déduire le tableau de variation de  $f$ . **(1,5 point)**

4) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0. **(01 point)**

5) Construire (C). **(01,5 point)**

6) a) Vérifier que  $f(x) = e^x - \frac{e^x}{e^x + 1}$ . **(01 point)**

b) Montrer que la fonction  $F$  définie par  $F(x) = e^x - \ln(e^x + 1)$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . **(01 point)**

c) Calculer l'aire en  $\text{cm}^2$  du domaine délimité par (C), l'axe des abscisses, les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$ . **(01 point)**