

**MATHEMATIQUES**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formules ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

**EXERCICE 1 (06 points)**

En vue d'étudier les conséquences de l'émission de gaz à effet de serre sur la température dans une partie de la planète, on a relevé la température moyenne annuelle de cette partie, et le tableau ci-dessous donne les résultats de cette étude.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Xi Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ti température en degré Celsius	34,36	34,52	34,56	34,76	34,88	34,90	35,02	35	35,16	35,24
Yi = Ti - 34										

- 1) Compléter le tableau ci-dessus et représenter le nuage de point (Xi, Yi) de cette série statistique. On prendra 1 cm pour un rang de l'année et 5 cm pour 1 degré Celsius. **(01 + 01 points)**
- 2) a) Calculer les coordonnées du point moyen G. **(0,5 point)**  
b) Calculer la variance de X et la variance de Y. **(0,5 + 0,5 point)**
- 3) a) En plus du point G, la droite de régression de Y en X, (D), passe par le point A(3 ; 0,61). A l'aide d'un système de deux équations à 2 inconnues, montrer que (D) a pour équation :  $Y = 0,092X + 0,334$ . **(01 point)**  
b) En déduire la covariance de X et Y puis le coefficient de corrélation linéaire. **(01 point)**
- 4) En supposant que l'évolution se poursuit, dans les mêmes conditions, quelle température peut-on prévoir en 2020 ? **(0,5 point)**

**EXERCICE 2 (05 points)**

Un touriste revient de vacances avec 15 films : 2 films de photographies d'Italie, 8 films de photographies du Sénégal, 5 films de photographies du Niger. Aucune marque distinctive ne permet d'identifier les films. Le touriste décide de faire développer 11 films parmi les 15 films. (On donnera les résultats sous forme décimale approchée à  $10^{-4}$  près).

- 1) Combien y a-t-il de choix différents possibles de 11 films parmi les 15 ? **(01 point)**
- 2) Quelle est la probabilité pour que, parmi les 11 films développés, il y ait :
  - a. Tous les films sur le Sénégal ? **(01 point)**
  - b. Aucun film sur l'Italie ? **(01 point)**
  - c. Autant de films sur le Sénégal que sur le Niger ? **(01 point)**
  - d. Deux fois plus de films sur le Niger que sur l'Italie ? **(01 point)**

**PROBLEME (09 points)**

On considère la fonction f définie par :  $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ .

- 1) Montrer que l'ensemble de définition de f est  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . **(0,5 point)**
- 2) Montrer que la fonction f est impaire. **(0,5 point)**
- 3) On décide d'étudier la fonction f sur l'intervalle  $]0, +\infty[$ .
  - a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  et que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ . **(01 point)**
  - b) Interpréter graphiquement les résultats. **(0,5 point)**
- 4) a) Montrer que pour tout x strictement positif,  $f'(x) = 2 \left( \frac{1 - \ln x}{x^2} \right)$ . **(01 point)**  
b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur  $]0, e[$  et strictement décroissante sur  $]e, +\infty[$ . **(01 point)**  
En déduire son tableau de variations. **(01 point)**
- 5) a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	1/2	1	2	e	3	4
f(x)						

**(01 point)**

- b) Sans calcul, trouver les valeurs de :  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(-e)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(-4)$  en justifiant votre réponse. **(01 point)**
- 6) Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique 2 cm), tracer la courbe représentative de f sur tout son ensemble de définition. **(01,5 point)**