UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81



13 G 18 Bis BR
Durée : 2 heures
Série S1-S3 Coef 8

**Epreuve du 2$^{\text{ème}}$ groupe**

# MATHEMATIQUES

**Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n$^0$ 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)**

---

**Exercice 1** (5 *points*).

Soit $z$ un nombre complexe non nul, on note $r_z$ le module de $z$ et $\theta_z$ un argument de $z$ appartenant à $]-\pi,\pi]$.

On considère l'application $\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{C}^* & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ & z & \mapsto & f(z) = r_z + i\theta_z \end{array}$.

**1.** On pose $z = 2\,e^{3i\pi/4}$. Calculer : $f(2), f(-2),\ f(e^{3i\pi}), 2f(z)$ et $f(z^2)$.
$2 \times 0,25 + 3 \times 0,5$ *pts*

**2. a.** Déterminer l'ensemble des points $M$ du plan d'affixe $z$ tels que $f(z)$ soit réel. 1 *pt*

**b.** Déterminer l'ensemble des points $M$ du plan d'affixe $z$ tels que $f(z)$ soit imaginaire pur.
1 *pt*

**c.** Déterminer l'ensemble des points $M$ du plan d'affixe $z$ tels que $f(z^2) = 2f(z)$. 1 *pt*

**Exercice 2** (5 *points*).

Soit $A$ un point d'un cercle $(\mathcal{C})$. Deux sécantes à $\mathcal{C}$ issues de $A$ recoupent $(\mathcal{C})$ en $M$ et $N$.

Soit $B$ le point diamétralement opposé à $A$ sur le cercle $\mathcal{C}$ et $H$ un point de la droite $(AB)$ ; la perpendiculaire en $H$ à $(AB)$ recoupe les sécantes en $M'$ et $N'$ respectivement. On suppose distincts deux à deux les points $A, B, M, N, H, M', N'$.

**1.** Faire une figure. 1 *pt*

**2.** Montrer que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MN}) = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BN})\ [\pi]$. 1 *pt*

**3.** Montrer que $H, B, N$ et $N'$ sont cocycliques.
En déduire que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MN}) = (\overrightarrow{N'M'}, \overrightarrow{N'N})\ [\pi]$. $1+1$ *pts*

**4.** Montrer que $M, N, M'$ et $N'$ sont cocycliques. 1 *pt*

**Exercice 3** (5 *points*).

Soit dans $\mathbb{Z}^2$, l'équation $(E)$ : $-25u + 19v = 3300$.

**1.** Vérifier que le couple $(1, 175)$ une solution de $(E)$.
1 *pt*

**2.** Résoudre l'équation $(E)$. 1 *pt*

**3.** Un groupe d'enfants a acheté 38 fruits (mangues et oranges confondues) pour un prix total de 8500 $F$. On sait qu'une orange coûte 50 $F$ de plus qu'une mangue et que les enfants ont acheté plus de mangues que d'oranges.

**a.** Montrer que le nombre $m$ de mangues vérifie : $19 < m < 38$. 1 *pt*

**b.** Déterminer le nombre de mangues et le nombre d'oranges achetées par les enfants. 2 *pt*

**Exercice 4** (5 *points*).

**1.** Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On note $\mathcal{C}$ la courbe dont une représentation paramétrique est :

$$x(t) = t^3 + \frac{1}{2}t \text{ et } y(t) = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{4}.$$

**a.** Pour tout réel $t$ calculer $x(-t)$ et $y(-t)$ en fonction de $x(t)$ et $y(t)$ respectivement ; en déduire que $\mathcal{C}$ a un axe de symétrie. $3 \times 0,25$ *pt*

**b.** Etudier les variations conjointes des fonctions $t \mapsto x(t)$ et $t \mapsto y(t)$ dans $\mathbb{R}_+$ et tracer la courbe $\mathcal{C}$. 1+ 0,5 pt

(L'étude des branches infinies de $\mathcal{C}$ n'est pas demandée.)

**2.** Soit $\mathcal{P}$ la parabole ayant pour équation cartésienne $y = x^2$.

Soit $m$ un réel non nul. On appelle $M_m$ le point de $\mathcal{P}$ d'abscisse $m$, $(T_m)$ la tangente à $\mathcal{P}$ en $M_m$ et $(D_m)$ la perpendiculaire à $(T_m)$ passant par $M_m$.

**a.** Déterminer un vecteur directeur de $(T_m)$ et en déduire que $(D_m)$ a pour équation cartésienne :

$$(E_m)\ : x + 2my - 2m^3 - m = 0.$$

$0,5 + 0,5$ *pt*

**b.** Soit $A_m$ et $B_m$ les points d'intersection respectifs de $(D_m)$ avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. Calculer les coordonnées du point $I_m$ milieu du segment $[A_m B_m]$ en fonction de $m$. Quel est l'ensemble de points $I_m$ lorsque $m$ parcourt $\mathbb{R}^*$? $0,5 + 0,5$ *pt*

**c.** Compléter la figure du 1.b en y ajoutant la parabole $\mathcal{P}$, les droites $(T_1)$ et $(D_1)$, les points $A_1, B_1$ et $I_1$. 0,75 pt