UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal: 628 05 59
Téléfax (221) 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

11 G 18bis B 01
Durée: 2 heures
Séries : S1-S3 - Coeff. 8

Epreuve du 2ème groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n⁰ 5990/OB/DIR. du 12 08 19

EXERCICE 1 (4 points).

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E) : z^2 - 5(1+i)z + 2(1+7i) = 0.$$

2 pts

2. Soient a un réel, A et B les points d'affixes respectives $z_A = 3 + i$ et $z_B = 2 + 4i$.
On définit l'application f_a du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MO} + a\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}.$$

Déterminer suivant les valeurs de a, la nature et les éléments géométriques caractéristiques de l'application f_a.

2 pts

EXERCICE 2 (4 points).

1. a) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle :

$$y'' - 2y' + 2y = 0.$$

1 pt

b) Soient a, b et c des réels.
Montrer que la solution générale de l'équation, $ay'' - by' + cy = 0$ est de la forme $x \mapsto e^x\,(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$ où c_1 et c_2 sont des constantes réelles si et seulement si a, b et c sont proportionnels à $1, 2$ et 2.

1 pt

2. On lance trois fois de suite un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note à chaque fois le numéro de la face de dessus. Chaque numéro a la même probabilité d'apparaître. On appelle a, b et c les résultats des premier, second et troisième jet du dé.
Quelle est la probabilité pour que la solution générale de l'équation différentielle, $ay'' - by' + cy = 0$ soit de la forme $x \mapsto e^x\,(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$ où c_1 et c_2 sont des constantes réelles ?

2 pts

EXERCICE 3 (4 points).

A et O sont deux points distincts du plan. On note (Γ) le cercle de diamètre $[AO]$ et I le centre de ce cercle. M est un point de (Γ) distinct des points A et O.

Le point N est tel que le triangle MON soit équilatéral direct. Le point G est le centre de gravité du triangle MON.

Les droites (AM) et (OG) se coupent en un point M'.

1. Placer les points sur une figure.

1 pt

2. Montrer que les points I, N et G appartiennent à la médiatrice du segment $[MO]$ et que le point G est le milieu du segment $[OM']$.

1 pt

3. a) Déterminer l'angle et le rapport de la similitude directe s de centre O transformant M en M'.

1 pt

b) Représenter sur la figure le point $I' = s(I)$.
Quel est l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle (Γ) privé de A et de O ?

1 pt

EXERCICE 4 (4 points).

1. a) Déterminer les restes respectifs des divisions euclidiennes de 3^1, 3^2, 3^3 par 13.

1 pt

b) En déduire les restes de la division euclidienne par 13 des différentes puissances de 3 à exposants entiers naturels.

1 pt

2. Déterminer les entiers naturels n tels que $A_n = 3^n + 3^{2n} + 3^{3n}$ soit divisible par 13.

1pt

3. Quels sont parmi les nombres 1010100 et 1001001000 écrits dans le système de numération de base 3 ceux qui sont divisibles par 13 ?

1 pt

EXERCICE 5 (4 points).

Soit $\mathcal{C}$ la courbe paramétrée définie par

$$\begin{cases} x(t) & = t\,\mathrm{e}^t \\ y(t) & = -t\,\mathrm{e}^{-t} \end{cases}, \quad t \in [-1,\ 1]$$

1. Exprimer $x(-t)$ et $y(-t)$ en fonction de $x(t)$ et $y(t)$. En déduire que $\mathcal{C}$ admet un axe de symétrie que l'on précisera.

1 pt

2. Etudier les variations de x et de y sur l'intervalle $[0,\ 1]$.

1 pt

Préciser les tangentes à $\mathcal{C}$ aux points de paramètres $t = 0$, $t = 1$ et $t = -1$.

1 pt

3. Construire $\mathcal{C}$ dans le plan muni d'un repère orthonormé. (Unité graphique 2 cm)

1 pt