



MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (03 points)

1) Trouver les réels a et b tels que : pour tout x appartenant à $]0 ; 1 [\cup] 1 ; +\infty [$,

$$\frac{1}{x(1-x)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{1-x}. \quad (01 \text{ pt})$$

2) Par intégration par parties, Calculer $J = \int_2^3 \frac{\ln x}{(1-x)^2} dx$. (02 pts)

EXERCICE 2 (05,25 points)

Soit l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C} : z^2 + 2z + 4 = 0$

1) Soient α et β les solutions de cette équation avec $\text{Im}(\alpha) > 0$.

a) Donner la forme algébrique de α et de β . (01 pt)

b) Mettre α et β sous forme trigonométrique et placer leurs images dans le plan complexe.

(01,75 pt)

2) Déterminer $\frac{\alpha^3}{\beta^2}$ en fonction de β . Qu'en déduire pour α^3 et β^3 ? (01 + 0,5 pt)

3) Mettre β^{24} sous forme algébrique. (01 pt)

EXERCICE 3 (05,75 points)

1) Soit (E) l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ où y est une fonction numérique définie et dérivable sur \mathbb{R} .

a) Résoudre l'équation (E). (01 pt)

b) Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$. (01 pt)

2) Calculer $\int_n^{n+1} e^{-2x} dx$. (01 pt)

3) Soit (U_n) la suite définie par : pour tout n entier naturel, $U_n = \frac{1}{2} (1 - e^{-2}) e^{-2n}$.

a) Calculer les valeurs exactes de U_0 , U_1 et U_2 . (0,75 pt)

b) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. (01 pt)

c) Déterminer la valeur exacte de la somme : $U_0 + U_1 + \dots + U_9$. (01 pt)

EXERCICE 4 (04 points)

Dans une mare vivent des grenouilles. Les 30 % sont des rainettes et le reste des grenouilles vertes. 10 % des rainettes et 20 % des grenouilles vertes sont malades.

On prélève au hasard une grenouille de la mare.

On considère les événements suivants :

A : « la grenouille prélevée est une rainette malade »

B : « une rainette malade n'est pas prélevée »

C : « La grenouille prélevée n'est pas malade »

D : « Une grenouille verte non malade est prélevée »

E : « La grenouille prélevée n'est pas verte »

Calculer : $p(A)$; $p(B)$; $p(C)$; $p(D)$; et $p(E)$.

(0,5+0,5+1+1+1= 4 points)

EXERCICE 5 (02 Points)

On considère les fonctions numériques f , g et h à variables réelles, définies par :

(0,5 x 3 = 01,5pt)

$$f(x) = \ln \frac{e^x - 1}{x}, g(x) = \sqrt{x^2 - 4} \ln \frac{x-3}{x} \quad \text{et} \quad h(x) = f(x) \text{ si } x \neq 0 \text{ et } h(0) = 0.$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions. **(0,5 x 3 = 01,5pt)**

2) Etudier la continuité de h . **(0,5pt)**