

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.

Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.

Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (05 points).

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. Le plan (P) est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par A et B les points d'affixes $z_A = -2$ et $z_B = -1 + i$.

A tout point M d'affixe z différent de -2 , on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{iz + i + 1}{z + 2}$.

Déterminer puis tracer l'ensemble E des points M tels que $|z'| = 1$. 2, 5pts

2. Soit le polynôme P définie par $P(z) = z^3 + (-2 + i)z^2 + z - 2 + i$.

a. Vérifier que i et $-i$ sont des racines de P . 0, 5pt

b. Factoriser $P(z)$ en polynômes du premier degré. 2pts

Exercice 2 (05 points).

On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$U_n = \ln \frac{2n + 1}{2n - 1}.$$

1. Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4 . 1pt

2. Calculer $U_1 + U_2 + U_3 + U_4$. 1pt

3. Etudier la convergence de la suite (U_n) . 0, 5pt

4. Soit $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

a. Montrer que $S_n = \ln(2n + 1)$. 2pts

b. Calculer la limite de S_n en $+\infty$. 0, 5pt

Exercice 3 (05 points).

1. Résoudre l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = 0$. 1, 5pt

2. a. Trouver la solution f de (E) telle que $f(0) = \frac{1}{2}$. 1, 5pt

b. Déterminer le réel a tel que $\int_0^a f(x)dx = 2$. 2pts

Exercice 4 (05 points).

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant.

$$\begin{cases} x + y + z & = & 16 \\ x - y + z & = & 6 \\ x - 4y + 19z & = & 153 \end{cases}$$

2pts

2. Considérons la série (X_i, Y_i) suivante :

x_i	a	4	b	8	c	12
y_i	-3	a	4	-b	7	c.

a. Exprimer \bar{X} , \bar{Y} et $\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i y_i$ en fonction des réels a , b et c .

1, 5pt

b. Déterminer a , b et c sachant que : $\bar{X} = \frac{40}{6}$, $\bar{Y} = \frac{14}{6}$ et $cov(X, Y) = \frac{179}{18}$.

1, 5pt