

MATHEMATIQUES**EXERCICE 1 (04 points)**

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5 ; les boules sont supposées indiscernables au toucher.

On extrait successivement et sans remise 2 boules de cette urne et on note leurs numéros  $i$  et  $j$ .

On calcule ensuite la valeur absolue de la différence des deux numéros apparus :  $|i - j|$ .

- 1) Recopier et compléter le tableau suivant par les résultats du calcul décrit ci-dessus.

$j \backslash i$	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

On marquera éventuellement d'une croix les cases qui ne sauraient correspondre à un résultat. **(01 point)**

- 2) Quels sont les résultats possibles du calcul décrit ci-dessus **(01 point)**

- 3) Calculer la probabilité d'obtenir chacun de ces résultats. **(01 point)**

- 4) Quelle est la probabilité d'obtenir comme résultat un nombre pair ? **(0,5 point)**

- 5) Quelle est la probabilité d'obtenir comme résultat un nombre impair ? **(0,5 point)**

**EXERCICE 2 (05 points)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  d'unité 2cm ;

$i$  désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 2(2 + \sqrt{3})z + 4(2 + \sqrt{3}) = 0$ . **(01 point)**

2. Soient  $z_1 = 2 + \sqrt{3} + i$  et  $z_2 = 2 + \sqrt{3} - i$

- a) Placer dans le plan complexe les points A d'affixe  $z_1$  et B d'affixe  $z_2$ . **(0,5 point)**

- b) Vérifier que  $\frac{z_2}{z_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ . **(0,5 point)**

- c) Déterminer le module et un argument de  $\frac{z_2}{z_1}$ . **(0,5 point)**

- d) Dédurre du résultat précédent l'angle de la rotation de centre O qui transforme A en B. **(0,5 point)**

3. a) Déterminer l'affixe  $z_3$  du point C milieu de [AB]. **(0,5 point)**

- b) Quelle est la nature du triangle OCA ? **(0,5 point)**

**Epreuve du 1<sup>er</sup> groupe**

4. a) Calculer  $\left| z_1 \right|$  et  $\left| z_3 \right|$ . **(0,5 point)**

b) Dédire des résultats précédents que  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ . **(0,5 point)**

**PROBLEME** (11 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x.e^{-2x}$ .

On note  $(C_f)$  la représentation graphique de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan (unité graphique : 1 cm).

1. Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son domaine de définition. **(0,5+0,5 point)**
2. Etudier la dérivabilité et calculer la dérivée de  $f$ . **(0,5+01 point)**
3. Etudier les variations et dresser le tableau de variation de  $f$ . **(01+0,5 point)**
4. Justifier que  $f$  admet un maximum absolu et préciser sa valeur. **(0,5 point)**
5. Déterminer une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0 et étudier la position relative de  $(C_f)$  et  $(T)$ . **(01+01 point)**
6. Construire avec soin  $(T)$  et  $(C_f)$ . **(02 points)**
7. Déterminer à l'aide d'une intégration par parties la valeur exacte de l'intégrale  
$$I = \int_0^2 f(x) dx$$
 **(01,5point)**
8. Déterminer l'aire en  $\text{cm}^2$ , à  $10^{-3}$  près par défaut, de la partie du plan limitée par  $(C_f)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$ . **(01 point)**