

**M A T H E M A T I Q U E S****EXERCICE 1****(04 Points)**

On considère le polynôme à coefficients complexes.

$$P(z) = z^3 - (8+4i)z^2 + (12+23i)z - 15i+15.$$

- 1) a) Calculer  $P(3+3i)$ . **(0,5 pt)**  
 b) Déterminer les nombres complexes  $a$  et  $b$  tels que  $P(z) = (z-3-3i)(z^2+az+b)$ . **(01 pt)**  
 c) Résoudre dans  $(\mathbb{C})$  l'équation  $P(z)=0$ . **(01 pt)**

2) On note  $A$ ,  $B$  et  $C$  les points d'affixes respectives  $3 + 3i$ ,  $i$  et  $5$  dans un repère orthonormal du plan  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

- a) Calculer  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ . **(0,5 pt)**  
 b) En déduire la nature du triangle  $ABC$ . **(01pt)**

**EXERCICE 2****(05 points)**

Dans un lot de 10 pièces, 3 sont défectueuses. On tire au hasard simultanément 2 pièces du lot.

- 1) Déterminer le nombre de tirages possibles. **(01 pt)**  
 2) Calculer la probabilité de tirer :  
 a) deux pièces défectueuses ; **(01 pt)**  
 b) deux pièces dont une seule est défectueuse ; **(01 pt)**  
 c) au plus une pièce défectueuse. **(02 pts)**

**PROBLEME****(11 points)****PARTIE A****(02 points)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $] -1, +\infty[$  par  $g(x) = (x+1)^2 + 1 - \ln(x+1)$ .

- 1) Calculer  $g'(x)$ . **(0,5pt)**  
 2) Dresser le tableau de variation de  $g$ . **(01 pt)**  
 3) Déterminer le signe de  $g$ . **(0,5pt)**

**PARTIE B****(09 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x + \frac{\ln(x+1)}{x+1}$  et on note  $(\mathcal{C})$  sa courbe représentative

dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1cm).

- 1) Déterminer son domaine de définition  $D_f$ . **(0,25pt)**

**Epreuve du 1<sup>er</sup> groupe**

- 2) Calculer les limites de  $f$  en  $-1$  et en  $+\infty$ . **(0,75 pt)**
- 3) Déterminer toutes les asymptotes à  $(\mathcal{C})$ . On notera  $(\Delta)$  l'asymptote oblique.. **(0,5 pt), (0,5 pt)**
- 4) Calculer  $f'(x)$  et écrire  $f'(x)$  en fonction de  $g(x)$ . **(0,5 pt), (0,25 pt)**
- 5) Dresser le tableau de variation de  $f$ . **(0,5 pt)**
- 6) Donner une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(\mathcal{C})$  au point d'abscisse 0. **(0,5 pt)**
- 7) Tracer  $(\mathcal{C})$  et  $(T)$ . **(1,25 pt), (0,25 pt)**
- 8) a) Montrer que  $f$  est une bijection de  $] -1 ; +\infty[$  vers un ensemble à préciser. **(0,5 pt)**  
On note  $f^{-1}$  la bijection réciproque de  $f$  et  $(C')$  sa courbe représentative dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- b) Calculer  $(f^{-1})'(0)$ . **(0,75pt)**
- c) Tracer  $(C')$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . **(0,5pt)**
- 9) On considère l'intégrale  $I(\lambda) = \int_0^\lambda [f(x) - x] dx$ , avec  $\lambda > 0$ .
- a) Donner une interprétation géométrique de  $I(\lambda)$ . **(0,5pt)**
- b) Calculer  $I(\lambda)$  et  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} I(\lambda)$ . **(01pt) (0,5pt)**