UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
Téléfax (221) 824 65 81 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

10 T 21 A 01
Durée : 4 heures
Série : F6 – Coef. 4

Epreuve du 1[er] groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (05 points)

1. a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$. **(01 pt)**

   b) Résoudre dans $\mathbb{C}\backslash\{i\}$ l'équation $\frac{z+i}{z-i} = 1 + i$. **(01 pt)**

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectives :
   $z_A = -\sqrt{3} + i$; $z_B = -\sqrt{3} - i$ et $z_C = 2 + i$.

   a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. **(0,75 pt)**

   b) Montrer que $\frac{z_A - z_C}{z_A - z_B} = \frac{\sqrt{3}+2}{2} e^{i\frac{\pi}{2}}$. **(0,75 pt)**

   En déduire la nature du triangle ABC. **(0,75 pt)**

   c) Déterminer l'affixe du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon R de ce cercle. **(0,75 pt)**

EXERCICE 2 (05 points)

Un laboratoire étudie la croissance d'une souche de bactéries Acétobacter ; il obtient les résultats suivants :

Temps x_i (en heures)	4	5	6	7	8	9
Nombres N_i de bactéries par unité de volume (en milliers)	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590

Les points de coordonnées (x_i, N_i) ne sont pas alignés, le laboratoire décide alors de poser $y_i = \ln(N_i)$.

1) Recopier et compléter le tableau ci-dessous puis donner les valeurs arrondies au centième près **(0,75 pt)**

x_i	4	5	6	7	8	9
y_i	2,61			4,80		

2) Représenter le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i). **(0,5 pt)**

3) Déterminer puis placer les coordonnées du point moyen G. **(0,75 pt)**

4) Calculer le coefficient de corrélation linéaire et l'interpréter. **(0,75 + 0,5 pt)**

5) Donner l'équation de la droite d'ajustement de x en y par la méthode des moindres carrées. **(01 pt)**

6) Déterminer le temps nécessaire à l'obtention de 1.000.000 de bactéries par unité de volume. **(0,75 pt)**

Epreuve du 1er groupe

PROBLEME **(10 points)**

A. On considère la fonction g définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $g(x) = -1 + xe^{x}$.

1) Etudier les variations de g. **(01 pt)**

2) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que α appartient à l'intervalle $]0{,}5\ ;\ 0{,}6[$. **(0,75 pt)**
b) En déduire le signe de $g(x)$ sur les intervalles $]0,\alpha]$ puis $[\alpha\ ;+\infty[$. **(0,75 pt)**

B. Soit la fonction f définie sur $]0\ ;+\infty[$ par :
$$f(x) = e^{x} - \ln x - 2.$$
On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ où l'unité est 4 cm.

1) Calculer la limite de f en 0. **(0,5 pt)**

2) En remarquant que $f(x) = x\left(\frac{e^{x}}{x} - \frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x}\right)$, calculer la limite de f en $+\infty$, préciser la branche infinie en $+\infty$. **(0,5 + 0,5 pt)**

3) a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ (où f' est la dérivée de f) **(0,5 + 0,75 pt)**
b) En utilisant A 2b) dresser le tableau de variation de f. **(0,75 pt)**

4) a) Monter que $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$ puis $\alpha = -\ln\alpha$. **(0,25 + 0,25pt)**
b) En déduire que $f(\alpha) = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$. **(0,5pt)**

5) Tracer $(\mathscr{C})$, on prendra α est égal à 0,55. **(01 pt)**

6) a) Montrer que la fonction F définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $F(x) = e^{x} - x\ln x - x$ est une primitive de f. **(0,75 pt)**

b) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$. **(01,25 pt)**