UNIVERSIT CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 1/ 3 08 G 18 bis B 01

OFFICE DU BACCALAUREAT

Dure : 2 heures
Séries : S1-S3 - Coeff. 8

Tlfax (221) 824 65 81 - Tl. : 824 95 92 - 824 65 81

Epreuve du 2^{me} groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrées unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considre comme une fraude.(CF.Circulaire n5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

EXERCICE 1 (03 points).

1. Questions sur $F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ et $G(x) = \int_0^x t^2 e^{-t^2} dt$ Domaine,parit, drivabilt,Variations,limites. Mq pour $t > 1 e^{-t^2} < e^{-t}$ en ded que F admet une limite fiie l en $+infini$exprimer G en fonction de F en en ded que G admet une limite fiie l en $+infini$en fonction de

2.

EXERCICE 2 (03 points).

Un triangle triangle ABC/ AB=2, AC=1+racine de 5 et angle(AB,AC) =pi SUr 1(mod 2pi)

1. Dmq il existe une ! sim s qui trans B en A et A en C

2. Rapp et mesur de l'angle det et const rle centre Omega de s

3. D =image de C par s

- dmq AOMEga eet D sont alignes et les droites AB et CD sont paralleles
- constr D

EXERCICE 3 (03 points).

1.

EXERCICE 4 (03 points).

$25x + 14y = 1$

-dmq cette eq admet au moins une sol dans Zcarre

Algo deuclid trouver sol part

Resoudre E

EXERCICE 5 (03 points).

nleq 1 $f(x) = e(-x).(\sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!})$ $n \geq 1, u_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$

-mq f der et det fonction deriv

mq x app [0,1] entrai $|f'| \leq \frac{1}{n!}$
IAF entrai $|\frac{1}{e}u_n - 1| \leq \frac{1}{n!}$
lim u_n

EXERCICE 6 (03 points).

IJK rect isoce)IJ,IK(=pi Sur 2

Det image de IJK par les rotations r1 (I, pi)

Det image de IJK par les rotations r2 (J, pi sur 2) Det image de IJK par les rotations rK (K, pi sur 2)

Det image de IJK par les sym orthog SJK

Det image de IJK par les orthog SKI Det image de IJK par les orthog SIJ

3) det SIJ rond SJK, SJK rond SKI SIJ rond SIJ det r1 rond r2 rond r3

EXERCICE 7 (03 points).

f une fonct def sur pi sur 2, oi f(x) =cos 2x

Mq f admet une bij rec fmoins dont ont donnera ldomaine de def

Dresseer tv de fmoins1, dervte de fmoins1 en -1/2 et -1 calculer event le nbre derve de fmoins en ces valeurs Pour tot n¿0 on consd la fonct fn def sur]0,+infini[fn(x)=ln(xpuiss n)sur xcarre et l'int In=$\int 1efn(x)dx$

On pose F(x)=(1+ln x)sur x Cal F' et en ded I1

MQ qqsoit n¿0 I(n+1)-1 sur e+(n+1)In

Mq recurr qqsoit $n > 0(1surn!)In = 1 - \frac{1}{e}\sum_{1}^{n}\frac{1}{k!}$

MQ qqsoit $n > 0, 0 \leq I_n \leq 1$

en ded lim $\sum_{1}^{n}\frac{1}{k!}$

EXERCICE 8 (03 points).

Soit $P(z) = z^3 - (5+9i)z^2 - 4(5-7i)z + 36 + 12i$

1. Dterminer une solution z_0 de P telle que $arg(z_0) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

2. Rsoudre dans $\mathbb{C}$ l'quation $P(z) = 0$

3. Dans le plan complexe muni d'un repre orthonorm (O, u, v), on donne les points A, B et C d'affixe respective $2+4i,\ ;2i$, et $3+3i$. Quelle est la nature du triangle ABC.

EXERCICE 9 (03 points).

1. Donner le sens de variations des fonctions f et g dfinies sur $[0,\ +\infty[$ par $f(x) = \ln(1+x) - x$ et $g(x) = \ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x$. En dduire que pour tout rel a strictement positif, $a - \frac{1}{2}a^2 < \ln(1+a) < a$

Epreuve du 2$^{\text{me}}$ groupe

2. On considre la suite $)u_n(_{n\in\ \mathbb{N}^*}$ de terme gnral $u_n = (1+\dfrac{1}{n^2})(1+\dfrac{2}{n^2})\ldots.(1+\dfrac{n}{n^2}) = \displaystyle\prod_{k=1} n(1+\dfrac{k}{n^2})$. Rappel $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$

3. Dmontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $;\dfrac{1}{2})(1+\dfrac{1}{n}) - \dfrac{1}{12n^3})(n+1)(2n+1) < \ln u_n < \dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{n})$

4. En dduire $\displaystyle\lim_{n\mapsto+\infty} u_n$

EXERCICE 10 (03 points).

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $u_n = \displaystyle\int_0^1 x^n e^{1-x} dx$

1. Calculer u_1.

2. Dmontrer que quelque soit $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $\dfrac{1}{n+1} \leq u_n \leq \dfrac{e}{n+1}$. En dduire $\displaystyle\lim_{n\mapsto+\infty} u_n$

3. A l'aide d'une intgration par parties, dmontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. $u_{n+1} = (n+1)u_n - 1$.

4. En dduire $\displaystyle\lim_{n\mapsto+\infty} \int_0^1 n x^n e^{-x} dx$

EXERCICE 11 (03 points).

Soit $(O,\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v})$ un repre orthonorm direct du plan orient. On consid l'application f de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui tout point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que $3z' = iz + 1 + 3i$

1. Donner la nature de f et ses lments caractristiques.

2. Rsoudre dans $\mathbb{C}^2$

$$\begin{cases} -\overline{z} + i\ \overline{z'} & = & 1 \\ -z + i\ z' & = & -1+i \end{cases}$$

3. Soit (z_1, z_1') la solution du systme prcdent. Vrifier que $A'(z_1')$ est l'image de $A(z_1)$ par f.

EXERCICE 12 (03 points).

Le plan orient est muni d'un repre orthonorm direct $(O,\ \overrightarrow{i},\ \overrightarrow{j})$.

Soit la courbe (Γ) d'quation $5x^2 - 10x + 9y^2 = 40$.

1. Dterminer la nature de (Γ).

On prcisera ses lments caractristiques (excentricit, sommets, foyers, directrices)

2. Tracer (Γ).

3. Soit (z_1, z_1') la solution du systme prcdent. Vrifier que $A'(z_1')$ est l'image de $A(z_1)$ par f.