

**MATHÉMATIQUES****EXERCICE I** (05 points)

On considère le nombre complexe  $z = 1 + \sqrt{3} + i(\sqrt{3} - 1)$ .

- 1) Calculer  $z^2$ . (01 pt)
- 2) a) Ecrire  $z^2$  sous forme trigonométrique. (01 pt)  
b) En déduire le module et un argument de  $z$ . (01,5 pt)
- 3) Calculer  $z^6$ . (01,5 pt)

**EXERCICE II** (04 points)

- 1) Déterminer les nombres réels  $a$  et  $b$   
tels que pour  $x \neq 0$  et  $x \neq -1$  et

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}. \quad (01 \text{ pt})$$

- 2) Calculer  $I = \int_1^2 \frac{dx}{x(x+1)}$ . (01,5 pt)

- 3) En utilisant une intégration par parties calculer

$$J = \int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx. \quad (01,5 \text{ pt})$$

**EXERCICE III** (06 points)

Soit la suite  $(U_n)_{n \geq 1}$  définie par :

$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + 1, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

- 1) On pose  $V_n = U_n - \frac{3}{2}$ .  
Montrer que  $(V_n)_{n \geq 1}$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme  $V_1$ . (02 pts)
  - 2) Exprimer alors  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . (01 + 01 pts)
  - 3) Etudier la convergence de la suite  $(V_n)_{n \geq 1}$  et en déduire celle de la suite  $(U_n)_{n \geq 1}$ . (01 + 01 pts)
- .../...2

**EXERCICE IV****(05 points)**

Dans un jeu, on dispose d'une urne contenant 3 boules vertes et 2 boules blanches et d'un dé parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Une partie consiste pour un joueur à prélever au hasard une boule de l'urne ;

- Si la boule tirée est blanche, il lance le dé et gagne la partie si le numéro obtenu est inférieur ou égal à 4.
- Si la boule tirée est verte, il lance le dé et gagne la partie si le numéro obtenu est pair.

On considère les événements.

B : «Le joueur tire une boule blanche».

G : «Le joueur gagne la partie».

- 1) Calculer la probabilité que le joueur tire une boule blanche. **(01 pt)**
- 2) Montrer que la probabilité de gagner la partie est  $\frac{17}{30}$ . **(02 pts)**
- 3) Le joueur gagne la partie, quelle est la probabilité qu'il ait tiré une boule blanche ? **(02 pts)**