

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.

Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.

Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

**Exercice 1 (10 points).** Plusieurs réponses peuvent être exactes. Choisir les bonnes réponses en les justifiant. Chaque réponse juste est notée (**1 point**) et chaque réponse fausse (**0 point**).

1. Soit  $f$  une fonction polynôme définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $\frac{f(x)}{2x^2 + 3} = 1$ . Alors on peut conclure que :

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2x^2 + 3$ ,    b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ,    d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x^2) = 1$ .

2. Soit la suite  $(U_n)$  définie par  $U_0 = 3$  et  $U_{n+1} = 2U_n - 1$ . Alors on peut conclure que :

a. la suite  $(U_n)$  converge vers 0,    b. la suite  $(W_n)$  définie par  $W_n = U_n - 1$  est géométrique,

c. la suite  $(U_n)$  est bornée,    d. la suite  $(V_n)$  définie par  $V_n = \ln(U_n - 1)$  est arithmétique.

3. Une urne contient 6 jetons blancs et 4 jetons noirs. On tire un jeton 10 fois de suite avec remise. On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de jetons noirs obtenus à l'issue des 10 tirages. Alors on peut conclure :

a.  $X$  est une loi binomiale de paramètre 10 et  $\frac{2}{5}$ ,    b.  $P(X = 0) = \frac{1}{2^{10}}$ ,

c.  $P(X \leq 7) = 1 - P(X \geq 7)$ ,    d.  $E(X) = 4$ .

4. Soit  $z' = \frac{2z - 1}{z + i}$  avec  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i\}$ . Alors on peut conclure que l'ensemble des points  $M(z)$  tels que  $|z'| = 1$  :

a. est un cercle passant par l'origine,    b. est une droite,

c. est une droite privée d'un point,    d. est un cercle privée d'un point.

5. Pour tout entier naturel  $n \geq 1$ , on pose  $I_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \left(2 \frac{\ln t}{t}\right) dx$ . Alors on peut conclure que :

a. pour tout  $n \geq 1$ ,  $I_n = 2n + 1$ ,    b. la suite  $\left(\frac{I_{n+1}}{I_n}\right)$  a pour limite 2.

c. pour  $k \geq 1$ ,  $I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_k = k^2 + 2k$ ,    d.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (I_{n+1} - I_n) = 0$ .

**Exercice 2 (10 points).**

On considère une fonction numérique  $f$  d'une variable réelle  $x$ . La droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = 3x + 1$  est une tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse  $x = 2$ .

1. a. Déterminer  $f'(2)$ . **1pt**
- b. Calculer  $f(2)$ . **1, 5pt**
- c. Sachant que  $f(x) = a \ln\left(\frac{x}{2}\right) + b$ , déterminer  $a$  et  $b$ . **2pts**

2. Soit  $g$  la fonction numérique d'une variable réelle  $x$  définie par  $g(x) = f(x^2 + 1)$ .

On note  $(C_g)$  la courbe représentative de  $g$  et  $P$  un point de  $(C_g)$  d'abscisse  $x = 1$ .

- a. Montrer que la tangente  $(\Delta')$  à  $(C_g)$  au point  $P$  a pour coefficient directeur 6. **1pt**
  - b. Donner l'équation cartésienne de  $(\Delta')$ . **1, 5pts**
  - c. Montrer que  $g(x) = 6 \ln\left(\frac{x^2 + 1}{2}\right) + 7$ . **1pt**
3. Donner les coordonnées du point d'intersection de  $(\Delta)$  et  $(\Delta')$ . **2pts**