OFFICE DU BACCALAUREAT

E.mail : office@ucad.edu.sn
Site web : officedubac.sn

2020 T 37 A R
Durée : 4 heures Coef 5
Série G
Epreuve du 1^er^ groupe

M A T H E M A T I Q U E S

EXERCICE 1: (05 Points)

M. Fall a contracté une dette qu'il doit rembourser en 10 annuités constantes de fin de période au taux annuel de 8%.

La valeur acquise de ces 10 versements actualisés à la fin de la 4ème année est 1 825 798 F.

1) Calculer le montant de la dette. **(1)**
2) Calculer le montant de l'annuité arrondi à l'entier. **(1)**
3) Dresser la première et la dernière ligne du tableau d'amortissement. **(1,5)**
4) A la fin de la 4ème année, la banque autorise à M. Fall de régler le reste de la dette par un versement unique à la fin de la 7ème année.
   Quel serait le montant de ce versement. **(1,5)**

EXERCICE 2: (05 Points)

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 - 9$.

1) Vérifier que 3 est une racine de $P(x)$ puis factoriser $P(x)$. **(0,5+01)**
2) On donne la matrice $A=\begin{pmatrix} x & x & -2 \\ -1 & 1 & x \\ x & 2 & -1 \end{pmatrix}$; x étant un nombre réel.

   Déterminer x tel que déterminant A = 13. **(01,5)**

3) Dans la suite, on suppose que x = 3.
   a) En utilisant la question 2) montrer que la matrice A est inversible. **(0,5)**
   b) Déterminer l'inverse de A notée A^{-1}. **(01,5)**

PROBLEME : (10 Points)

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $]-\infty, 0[$ par : $g(x) = -x^2 + 1 - 2\ln(-x)$.

1) Etudier les variations de g. **(01,5)**

2) Calculer $g(-1)$ puis en déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in]-\infty, 0[$. **(01)**

3) a) Montrer que g réalise une bijection de$]-\infty, 0[$ vers un intervalle J à déterminer. **(0,5)**

   b) Soit g^{-1} la bijection réciproque de g, calculer $(g^{-1})'(0)$. **(01)**

PARTIE B

Soit la fonction f à variable réelle définie par $f(x) = \frac{ln(-x)}{x^2} - ln(-x)$ et C_f sa courbe dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2 cm.

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f. **(0,5)**

2) Montrer que pour tout $x \in D_f$, on a : $f(x) = \left(-1 + \frac{1}{x^2}\right) ln(-x)$. **(0,25)**

3) Calculer les limites de f aux bornes de D_f . **(0,5)**

4) Etudier la branche infinie en -∞. **(0,25)**

5) Calculer $f'(x)$ puis vérifier que pour tout $x < 0$, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$. **(0,75)**

6) Préciser le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f. **(01)**

7) Tracer la courbe C_f · **(01)**

8) On se propose de déterminer l'aire $\mathcal{A}$ en cm² du domaine plan délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -e$ et $x = -1$.

   a) Calculer l'intégrale :

$$I = \int_{-e}^{-1} \left(-1 + \frac{1}{x^2}\right) \ln(-x)\, dx.$$ **(01)**

   b) En déduire $\mathcal{A}$ · **(0,75)**