UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

20 G 26 BR
2 heures
Série S2-S2A-S4-S5
Coef 5

Epreuve du 2^{nd} groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.
Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.
Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (10 points). Pour chacun des items donnés, recopie la ou les affirmations justes, si elle(s) existe(nt) et justifier vos choix. Chaque réponse juste est notée (**1 point**) et chaque réponse fausse (**0 point**).

1. On considère la suite $\left(U_n\right)$ de terme général $U_n = \ln(V_n)$ avec $V_n = \sqrt{e^{-3n+2}}$ pour $n \geq 0$, alors :

a. $\left(U_n\right)$ est une suite géométrique de raison -3 ; **b.** $\left(U_n\right)$ est strictement croissante ;

c. $\left(U_n\right)$ est une suite arithmétique de raison $-\frac{3}{2}$; **d.** $\left(U_n\right)$ est majorée par 1.

2. L'inéquation $\ln(x+1) > \ln(5-x)$ a pour solution :

a. $S =]2;5[$; **b.** $S =]-1;5[$; **c.** $S =]-1;2[$; **d.** $S =]2;3[$.

3. On pose $I = \int_1^3 \dfrac{2x^2+1}{x}dx$ alors on a :

a. $I = 8 + \ln 3$; **b.** $I = 0$; **c.** $I = 8\ln 3$; **d.** $I = \ln 3 - \ln 2$.

4. Une variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre n et $0,03$. Alors :

a. $P(X=2) = \mathrm{C}_n^2 \times (0,03)^2 \times (0,97)^{n-2}$; **b.** $P(X=0) = 0,97$;

c. $P(X \geq 1) = 1 - P(X=1)$; **d.** $E(X) = 0,3$ pour $n = 10$.

5. Soient les points A, B et C d'affixes respectives $-1 - \dfrac{5}{2}i$, $2 - \dfrac{3}{2}i$ et $-1 + \dfrac{5}{2}i$. Alors :

a. ABC est un triangle isocèle ; **b.** B est l'image de A par une rotation de centre O ;

c. $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) = \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$; **d.** Les points A, B, C appartiennent à un cercle de centre O.

6. Soit $f(x) = (xe^x - x)e^{-x}$ alors :

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; **b.** $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$; **c.** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$; **d.** f est dérivable en 0.

Exercice 2 (10 points).
Pour tout réel a, on rappelle que : $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$, $\sin 2a = 2\sin a \cos a$ et $\sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos 2a)$. On considère les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx \text{ et } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx.$$

1. a. Montrer que $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$. **1pt**

b. En déduire le calcul de $I - J$. **1pt**

2. a. Développer $(\cos^2 x + \sin^2 x)^2$. **1,5pt**

Puis en déduire que $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\sin^2\cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$. $(\mathbf{0,75+0,75})$**pt**

b. Montrer alors que $\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$. **1,5pt**

3. a. Utiliser les résultats de **2.b.** pour calculer $I + J$. **1,5pt**

b. En déduire les valeurs exactes de I et J. **2pts**