UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

2020 G 26 AR
4 heures
Série S2-S2A-S4-S5
Coef 5

Epreuve du 1^{er} groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.
Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.
Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (07 points).
Chaque jour, un supermarché enregistre la température à midi et le nombre de boissons froides vendues. Le gestionnaire décide de faire deux ajustements successifs afin de définir le meilleur modèle de prévision avec ces données. Les résultats seront donnés à 10^{-2} près par excès.

Partie A

Le tableau suivant présente les données enregistrées par le supermarché au cours des six derniers jours.

Température à midi en $°C$ (x)	25	28	34	35	37	39
Nombre de boissons froides vendues (y)	280	300	330	380	420	450

Construire le nuage de points associé à la série (x, y) dans un repère orthonormé, en prenant comme unité graphique 1 cm pour 5° sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 boissons sur l'axe des ordonnées. **$0,75$ pt**

1. a. Calculer la température moyenne $\overline{x}$ et le nombre moyen $\overline{y}$ de boissons froides vendues, au cours des six derniers jours au supermarché. **$(0,25 + 0,25)$ pt**

b. Placer le point moyen $G(\overline{x}, \overline{y})$ sur la figure précédente. **$0,25$ pt**

2. a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série. En déduire qu'un ajustement linéaire est justifié. **$1,5$ pt**

b. Déterminer une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés. **$0,5$ pt**

c. Utiliser cette droite pour estimer le nombre de boissons froides vendues lors d'une journée où la température à midi est de 30°. **$0,25$ pt**

Partie B

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par $f(x) = a \times e^{x \ln b} + 150$ où a et b sont des réels strictement positifs.

a. Sachant que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f passe les points $A(25, 280)$ et $B(39, 450)$, déterminer les valeurs exactes de a et b, puis une valeur approchée de a et une valeur approchée de b. **$(0,5 + 0,5)$pt**

b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. **$0,25$ pt**

c. Dresser le tableau de variations de f et tracer $(\mathcal{C}_f)$ sur le même graphique utilisé à la **Partie A**. **1 pt**

d. Estimer à nouveau le nombre de boissons froides vendues si $x = 30°$. **$0,25$ pt**

Partie C

Sachant que le supermarché dispose en gros d'un stock de 500 boissons froides par jour. Quel est le meilleur de ces deux modèles définis aux **Parties A** et **B** pour estimer le nombre de boissons vendues pour une température de 36° dans une journée. Justifier la réponse. **$0,75$ pt**

Exercice 2 (04 points).
On considère le plan complexe $\mathcal{P}$ muni d'un repère $(O; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
A tout point M d'affixe z, où $z \neq -2i$, on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{z-1}{-iz+2}$.
Soient A le point d'affixe 1 et B le point d'affixe $-2i$.

1. a. Montrer que $|z'| = \dfrac{AM}{BM}$. **1pt**
b. En déduire l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que M' décrit le cercle de centre O et de rayon l'unité. **1pt**

2. On suppose que $z \neq -2i$.
a. Quel est l'ensemble des points $M(z)$ tels que $M'(z')$ appartient à l'axe des réels ? **1pt**
b. Quel est l'ensemble des points $M(z)$ tels que $M'(z')$ appartient à l'axe imaginaire ? **1pt**

PROBLEME (09 points).

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} e^x - x & si \;\; x < 0 \\ \dfrac{x^2+x-1}{-x^2+x-1} & si \;\; x \geq 0 \end{cases}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1. Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

2. a. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**
b. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + x]$. **0,25pt**
c. Interpréter graphiquement les résultats de calcul de limites. **0,75pt**

3. a. Etudier la continuité de f en 0 puis sur son ensemble de définition. **1pt**
b. Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat. **(0,25 + 0,25)pt**

4. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe sur les intervalles sur lesquelles f est dérivable. **1,5pt**

5. Dresser le tableau de variations de f. **0,5pt**

6. Soit h la restriction de f à $]-\infty,\ 0[$. Montrer que h réalise une bijection sur $]-\infty,\ 0[$ vers un intervalle J que l'on précisera. **0,5pt**

7. Représenter la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f et la courbe $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ de h^{-1}, réciproque de h, dans le même repère. **(1 + 0,5)pt**

8. Déterminer graphiquement les valeurs possibles de m pour lesquelles l'équation $f(x) = m$ admet au moins une solution. **0,25pt**

9. Calculer l'aire du domaine délimité par les d'équation $x = 0$, $x = -2$, la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et son asymptote en $-\infty$. **0,25pt**

10. Soit $(U_k)_{k\geq 2}$ la suite de terme général $U_k = \displaystyle\int_{-\ln(k+1)}^{-\ln(k)} \Big(f(x) + x\Big)dx$.

a. Montrer que $U_k = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$. **0,5pt**
b. On pose $S_n = U_2 + U_3 + \cdots + U_n$. Exprimer S_n en fonction de n et calculer sa limite en $+\infty$. **(0,25 + 0,25)pt**