



M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

EXERCICE 1 (06 points)

Soit (x_i, y_i) , $1 \leq i \leq n$, ($n \in \mathbb{N}^*$) une série statistique double.

Recopier et compléter chacune des phrases suivantes par l'expression qui convient.

1. La droite de régression de y en x a pour coefficient directeur $a = \dots$ (1 pt)
2. Le coefficient de corrélation linéaire est $r = \dots$. (1 pt)
3. Si le coefficient de corrélation linéaire r est nul alors les deux variables x et y sont ... (1 pt)
4. Dans un repère orthogonal, l'ensemble des points de coordonnées (x_i, y_i) est le ... de la série statistique. (1 pt)
5. La covariance de la série statistique est $\text{cov}(x, y) = \dots$ (1 pt)
6. La variance de x est $V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \dots$ (1 pt)

EXERCICE 2 (06 points)

Une banque propose, pour un placement d'un montant de 10 000 F CFA fait le premier janvier 2020, un taux d'intérêt annuel de 4% auquel s'ajoute une prime fixe de 500 F CFA versée à la fin de chaque année.

On appelle C_0 le capital initial et C_n celui obtenu le premier janvier 2020 + n (c'est-à-dire le capital obtenu n années plus tard).

1. Calculer C_1 et C_2 . (0,75 + 0,75 pt)
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n . (0,75 pt)
3. On pose, pour tout entier naturel n : $U_n = C_n + 12\,500$.
 - a. Calculer U_0 et U_1 . (0,5 + 0,5 pt)
 - b. Montrer que $U_{n+1} = (1,04) U_n$. En déduire la nature de la suite (U_n) . (1 + 0,5 pt)
 - c. Exprimer U_n en fonction de n puis, C_n en fonction de n . (0,75 + 0,5 pt)

EXERCICE 3 (08 points)

On considère la fonction numérique h définie par : $h(x) = e^x - x$.

On désigne par (C_h) la courbe représentative de la fonction h dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_h de h . (0,5 pt)
2. a. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$. (0,75 pt)
b. Montrer que pour tout réel x non nul, on a : $h(x) = x \left(\frac{e^x}{x} - 1 \right)$. (0,75 pt)
c. En déduire la limite de h en $+\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x}$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_h) ? (0,25 + 0,25 + 0,25 pt)
3. a. Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -x$ est une asymptote oblique à (C_h) en $-\infty$. (1 pt)
b. Préciser la position de (C_h) par rapport à (Δ) . (0,5 pt)
4. a. Déterminer la dérivée h' de h sur \mathbb{R} . (0,75 pt)
b. Etudier le signe de $h'(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$. (1 pt)
c. Dresser le tableau de variations de h . (1 pt)
5. Construire dans le repère la droite (Δ) et la courbe (C_h) . (1 pt)