UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
◻◻◆◻◻
OFFICE DU BACCALAUREAT
E.mail : office@ucad.edu.sn
site web : officedubac.sn

21G21NB0129
Durée : 2 heures
Séries : S1-S1A-S3 – Coef.8

Epreuve du 2ème groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 : (07 points)

Pour chacun des cinq items ci-dessous, le candidat relèvera sur sa copie le numéro de la question et la (ou les) lettre(s) correspondant à la (ou aux) réponse(s) choisie(s).
Si aucune réponse n'est juste, le candidat mettrait « AUCUNE ».
Aucune justification n'est demandée.

Une urne contient 10 bulletins, indiscernables au toucher, de trois sortes : 4 sont marqués ‘’ oui ’’, 3 sont marqués ‘’ non ‘’ et 3 sont marqués ‘’ blanc ‘’.

Lors d'un premier jeu, le joueur commence par miser 1000F. Il tire un bulletin et le remet dans l'urne. Si le bulletin est marqué ‘’ oui ’’, le joueur reçoit 3000F. S'il est marqué ‘’ non ‘’ il ne reçoit rien. Si le bulletin tiré est marqué ‘’ blanc ‘’, il reçoit 2000F.

1. La probabilité que le joueur gagne 2000F est :
   a) $\frac{4}{10}$ **b)** $\frac{3}{10}$ **c)** $\frac{7}{10}$. **(01,5 pt)**
2. On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le gain du joueur. L'espérance mathématique de X est :
   a) positive **b)** négative **c)** nulle. **(01,5 pt)**
3. Les événements, A : « le joueur gagne au moins 1500F » et B : « le joueur a tiré un bulletin marqué ‘’ blanc ‘’ » sont :
   a) incompatibles **b)** contraires **c)** indépendants. **(01 pt)**
4. Le joueur joue quatre parties indépendamment les unes des autres. La probabilité qu'il tire au moins un bulletin marqué ‘’ oui ’’ est égale à :
   a) $\frac{216}{625}$ **b)** $\frac{544}{625}$ **c)** $\frac{2}{5}$. **(01,5 pt)**

Lors d'un second jeu, le joueur tire successivement et sans remise deux bulletins de l'urne.

5. La probabilité qu'il tire deux bulletins de marques différentes est :
   a) $\frac{11}{45}$ **b)** $\frac{4}{15}$ **c)** $\frac{33}{45}$. **(01,5 pt)**

EXERCICE 2 : (06 points)

Soit la fonction F définie sur $[1\,;+\infty[$ par : $F(x) = \int_1^x \frac{1-\cos t}{t^2}\,dt$.

1. **a.** Montrer que F est croissante sur $[1\,;+\infty[$. **(01 pt)**
   b. Montrer que F est majorée par 2. **(01,5 pt)**
   c. En déduire que F admet une limite finie L au voisinage de $+\infty$. **(01 pt)**

Epreuve du 2ème groupe

2. Soit la fonction G définie sur $[1\,;+\infty[$ par : $G(x)=\int_1^x \frac{\sin t}{t}\,dt$.

a. Montrer que : $\mathrm{G}(x)=\mathrm{F}(x)+\frac{1-\cos x}{x}-1+\cos 1$. **(01,5 pt)**

b. En déduire que G admet une limite finie en $+\infty$. **(01 pt)**

EXERCICE 3 : **(07 points)**

Soit ABF un triangle rectangle et isocèle en A tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}\right)=\frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit I est le milieu de $[AF]$ et G le point d'intersection de la droite (IB) et de la droite passant par A et perpendiculaire à (IB).

Soit E le point tel que EGB soit un triangle rectangle et isocèle en G tel que $\left(\overrightarrow{GB},\overrightarrow{GE}\right)=\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

Soit H le milieu de $[BE]$.

1. Faire une figure. **(01 pt)**
2. Soit f la similitude directe de centre B, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Déterminer les images des points E et F par f. **(01 pt)**
3. Soit g la similitude directe qui transforme A en F et F en B.
   - **a.** Montrer que g est de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{3\pi}{4}$. **(01 pt)**
   - **b.** Déterminer la nature de gog et préciser son rapport et son angle. **(01 pt)**
   - **c.** Montrer que : $\tan\left(\widehat{ABI}\right)=\frac{1}{2}$, puis $GB=2GA$. **(01 pt)**
   - **d.** En déduire que G est le centre de g. **(0,5 pt)**
4. Soit $r=gof$
   - **a.** Montrer que r est la rotation de centre F et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. **(01 pt)**
   - **b.** Déterminer $r(E)$, en déduire la nature du quadrilatère $EFGH$. **(0,5 pt)**