

**OFFICE DU BACCALAUREAT**E.mail : office@ucad.edu.snsite web : officedubac.sn

Durée : 4 heures

Série : G – Coef. 5

Série : STEG – Coef. 4

Epreuve du 1^{er} groupe**MATHEMATIQUES****EXERCICE 1** (05 points)

On considère la suite numérique définie par son premier terme $U_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+3}$.

- 1) Calculer U_1 et U_2 . (0,5+0,5 point)
 2) Soit (V_n) la suite numérique définie par:

$$\forall n \in \mathbb{N}, V_n = \ln\left(\frac{U_n}{U_n+2}\right).$$

- a. Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = -\ln 3$ puis préciser son premier terme. (01 point)
 b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n . (02 points)
 c. Exprimer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ en fonction de n . (01 point)

EXERCICE 2 (05 points)

Soit la matrice A définie par:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que la matrice A est inversible. (01 point)
 2) Calculer A^2 . (01 point)
 3) Déterminer A^{-1} la matrice inverse de A par la méthode du pivot de Gauss. (02 points)
 4) En déduire les solutions du système (01 point)

$$\begin{cases} -y + 2z = 0 \\ 2x + 3y + 6z = 10 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

PROBLEME (10 points)**PARTIE A**

Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = 1 + 2x^2 - \ln x$.

- 1) Calculer $g'(x)$ fonction dérivée de g . (0,5 point)
 2) Dresser le tableau de variation de g . (01 point)
 3) En déduire que $\forall x > 0, g(x) > 0$. (0,5 point)

PARTIE B

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2 - 2x + \frac{1}{x} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

- 1) Préciser l'ensemble de définition de f . On le notera D_f **(0,5 point)**
- 2) Calculer les limites de f aux bornes de D_f . **(01 point)**
- 3) Montrer que pour tout x appartenant à D_f , $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$. **(01+0,5 point)**
- 4) Dresser le tableau de variation de f . **(0,75 point)**
- 5) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -2x + 2$ est asymptote à (C_f) courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1cm. **(0,5 point)**
- 6) Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) . **(0,5 point)**
- 7) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'intersection de (C_f) et de (Δ) . **(0,5 point)**
- 8) a. Montrer que la fonction f est bijective de $]0; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser. **(0,75 point)**
b. On note f^{-1} la bijection réciproque de f . Calculer $f(1)$ puis $(f^{-1})'(0)$. **(0,25+0,75 point)**
- 9) Tracer dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe (C_f) puis $(C_{f^{-1}})$ courbe représentative de f^{-1} . **(01 point)**