



## MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).

### EXERCICE 1 : (05 points)

Dans un pays, lors de la 1<sup>ère</sup> vague de la pandémie de Covid-19, 400 cas positifs ont été décomptés durant le 1<sup>er</sup> mois. Chaque mois, le nombre de cas augmente de 5%.

On note  $U_n$  le nombre de cas positifs décomptés durant le nième mois de la pandémie.

1. Déterminer  $U_1, U_2$  et  $U_3$ . 0,75 pt
2. Montrer que  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  est une suite géométrique en précisant sa raison et son 1<sup>er</sup> terme. 01,5 pt
3. a. Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ . 0,75 pt  
b. Estimer le nombre de cas positifs décomptés durant le 7<sup>ième</sup> mois. 0,5 pt  
c. Estimer le nombre total de cas positifs décomptés dans ce pays, durant les 7 premiers mois de la pandémie. 01,5 pt

### EXERCICE 2 : (06 points)

Le tableau ci-dessous donne les résultats d'une enquête portant sur la consommation moyenne bimestrielle en eau (en  $m^3$ ) de 6 familles notée  $y$ , en fonction de la taille  $x$  des familles (nombre de personnes constituant une famille).

$x_i$	2	3	5	6	8	9
$y_i$	11,5	19,5	30	39	44	51

- a. Représenter le nuage de points de la série  $(x, y)$  dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . 01,5 pt
- b. Calculer les moyennes  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$ , puis placer le point moyen  $G$  du nuage de points. 01 pt
- c. Déterminer une équation de la droite  $(D)$  de régression de  $y$  en  $x$ . 02,5 pts
- d. Représenter  $(D)$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . 0,5 pt
- e. Estimer la consommation moyenne bimestrielle en eau d'une famille de 15 membres. 0,5 pt

### PROBLÈME : (09 points)

Soit  $f$  la fonction numérique définie par :  $f(x) = \ln(-x + e)$ .

On appelle  $(C_f)$  la représentation graphique de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé.

1. a. Montrer que l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$  est  $D_f = ]-\infty, e[$ . 0,75 pt  
b. Etudier les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ . En déduire une asymptote à la courbe  $(C_f)$ . 01,75 pt  
c. On admet que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ .

Quelle est la nature de la branche infinie à la courbe  $(C_f)$  en  $-\infty$  ? 0,75 pt

2. Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$  et établir le tableau de variations de  $f$ . 02 pts
3. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ , puis interpréter graphiquement le résultat. 01 pt
4. Donner une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $e - 1$ . 0,75 pt
5. Construire la tangente  $(T)$  et la courbe  $(C_f)$ . 02 pts