MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB / Dir. Du 12.08.1988).

EXERCICE 1 : (06 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système $\begin{cases} a-b+c=0 \\ 4a+2b+c=3 \\ 9a+3b+c=12 \end{cases}$ **(1,5 pt)**
2. Trouver le polynôme du second degré P(x) tel que : **(1 pt)**
   - -1 soit une racine de P(x) ;
   - $P(2)=3$;
   - $P(3)=12$.
3. On donne $P(x)=2x^2-x-3$.
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$. **(0,75 pt)**
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x)<0$. **(0,75 pt)**
4. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation et de l'inéquation ci-dessous :
   a. $2e^{2x}-e^x-3=0$. **(1 pt)**
   b. $2(\ln x)^2-\ln x-3<0$. **(1 pt)**

EXERCICE 2 : (06,5 points)

Pour aider des nécessiteux, une personne procède de la façon suivante :

- elle donne $A_1 = 2000$ francs au premier nécessiteux rencontré ;
- elle donne $A_2 = 1950$ francs au deuxième nécessiteux rencontré.

Ainsi de suite, pour chaque nécessiteux rencontré, elle donne 50 francs de moins que le précèdent.

1. On désigne par A_n ($n \in \mathbb{N}^*$) le montant remis au n-ième nécessiteux rencontré.
   a. Calculer A_3 et A_4. **(0,5 pt)**
   b. Ecrire A_{n+1} en fonction de A_n. **(1 pt)**
   c. Déduire que (A_n) est une suite arithmétique, préciser sa raison et son premier terme. **(1,5 pt)**
   d. Montrer que $A_n = 2050 - 50n$. **(1 pt)**
2. La personne arrête son aide lorsque $A_n = 50$.
   a. Montrer dans ce cas que $n=40$. **(1 pt)**
   b. Calculer alors le montant distribué. **(1,5 pt)**

PROBLÈME : (07,5 points)

$(O ; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan d'unité 1 cm.
Soit f la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)e^x$.
On note (C_f) la courbe représentative de f dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Que peut-on déduire du résultat ? **(1 pt)**
2)
   a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. **(0,5 pt)**
   b. Etudier la branche infinie de (C_f) en $+\infty$. **(1 pt)**
3) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (C_f) avec les axes du repère. **(1 pt)**
4) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = xe^x$, puis dresser le tableau de variation de f. **(2 pts)**
5) Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. **(2pts)**