OFFICE DU BACCALAUREAT

E.mail : office@ucad.edu.sn
site web : officedubac.sn

22T37ANRA8
Durée : 4 heures
Série : STEG – Coef. 4
Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 **(04 points)**

Lors du confinement, le gouvernement du Sénégal décide d'aider les familles les plus démunies en leur distribuant du riz. Le tableau suivant indique la quantité Y de riz (en kilogramme) octroyée à chaque famille selon la taille X de la famille (nombre de personnes qui composent la famille).

Taille X de la famille	3	4	5	6	7	8	9	10
Quantité Y de riz en Kg	45	a	75	95	110	125	b	160

1) Déterminer les nombres réels a et b sachant que $\bar{Y} = 101{,}25$ et $\mathrm{cov}(X, Y) = 85{,}625$. **1 pt**

2) Dans la suite, on suppose que $a = 60$ et $b = 140$.

a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y puis interpréter le résultat. **1 pt**

b) Par la méthode des moindres carrées, déterminer une équation de la droite de régression de Y en X. **1 pt**

c) Calculer la quantité de riz que recevrait une famille de 15 membres. **1 pt**

EXERCICE 2 **(06 points)**

Pour le financement d'une activité avicole, la Direction de l'Entreprenariat Rapide (DER) octroie à une coopérative de jeunes diplômés un prêt d'un montant de 20 000 000 F CFA remboursable par des versements annuels constants au taux d'intérêt annuel de 10% pendant une durée de 10 ans.

1) **a)** Déterminer l'intérêt échu à la fin de la première année. **0,5 pt**

b) Montrer que le premier amortissement est égal 1 254 907, 898 F CFA. **1 pt**

c) Déterminer le montant du dernier amortissement. **1 pt**

d) Déterminer le montant de l'annuité. **0,5 pt**

e) Calculer la dette vivante après le versement de la quatrième annuité. **1 pt**

2) Après versement de la quatrième annuité, l'emprunteur décide de solder le reste par des annuités dont les amortissements sont constants; la première annuité étant 2 480 795,179 F et la dernière 1 860 596,384 F.

a) Calculer la durée de cette modalité de remboursement. **1 pt**

b) Déterminer le taux. **1 pt**

PROBLEME **(10 points)**

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $]0\,,+\infty[$ par $g(x) = 4x^2 + 1 - \ln x$.

1) Etudier les variations de g. **1 pt**

2) En déduire, pour tout x de $]0\,,+\infty[$, $g(x) > 0$. **0,5 pt**

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0\,,+\infty[$ par : $f(x) = x + 1 + \frac{\ln x}{4x}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (Unité graphique 2 cm).

1) **a)** Calculer la limite de f en 0^+. Interpréter graphiquement ce résultat. **0,75 pt**

b) Calculer la limite de f en $+\infty$. **0,5 pt**

c) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe C_f. **0,5 pt**

d) Etudier la position relative de C_f par rapport à (D). **0,5 pt**

2) **a)** Montrer que pour tout $x \in]0\,,+\infty[\ \ f'(x) = \frac{g(x)}{4x^2}$. **1 pt**

b) En utilisant les résultats de la **partie A**, préciser le signe de f' et dresser le tableau de variations de f. **0,5 pt**

c) Montrer que f est une bijection de $]0\,,+\infty[$ vers un intervalle J à préciser. **0,75 pt**

3) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution β avec $\beta \in]0{,}2\,;0{,}3[$. **0,5 pt**

4) Tracer la droite (D) et la courbe C_f dans le plan muni du repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath}\,)$. **1 pt**

PARTIE C

1) Déterminer une primitive F de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$. **1 pt**

2) Calculer l'intégrale $I = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{4x}\right) dx$. **1 pt**

3) Calculer en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ comprise entre la courbe C_f, la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **0,5 pt**