OFFICE DU BACCALAUREAT

E.mail : office@ucad.edu.sn
site web : officedubac.sn

2023GS21NB0124
Durée : 2 heures
Séries : S1-S1A-S3 – Coef. 8

Epreuve du 2ème groupe

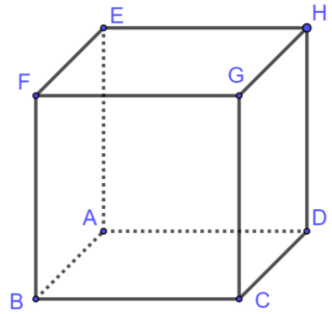
MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 (07,5 points)

Pour chacune des questions de ce questionnaire à choix multiples, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est correcte. Sur ta copie, indique le numéro de la question, la réponse correcte et donne une justification de la réponse.
Une réponse correcte est notée 0,5 point et la justification 1 point. Une réponse fausse ou une absence de réponse sont notées 0 point.

Soit $ABCDEFGH$ un cube d'arête 1. On munit l'espace du repère orthonormal direct $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
On note I et J les milieux respectifs des segments $[EF]$ et $[FG]$.
Soit L le barycentre du système $\{(A,1),(B,3)\}$.
Soit $(\boldsymbol{T})$ le plan d'équation : $4x - 4y + 3z - 3 = 0$.



N°	Questions	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1	Quel est le vecteur égal à $\overrightarrow{GF} \wedge \overrightarrow{GC}$?	$\overrightarrow{HG}$	$\overrightarrow{FC}$	$\overrightarrow{GH}$
2	Quel est le vecteur égal à $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{HG}$?	$\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{EH}$	$\overrightarrow{0}$
3	Quel est le triplet de coordonnées de L ?	$\left(\frac{1}{4}, 0, 0\right)$	$\left(\frac{3}{4}, 0, 0\right)$	$\left(0, \frac{3}{4}, 0\right)$
4	Quel est le triplet de coordonnées du point d'intersection de la droite (FB) et du plan parallèle à (T) passant par I ?	$\left(1,0,\frac{1}{4}\right)$	$\left(1,0,\frac{1}{5}\right)$	$\left(1,0,\frac{1}{3}\right)$
5	Quel est le volume du tétraèdre $ABCE$?	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

EXERCICE 2 (06 points)

1. On considère l'équation **(E)** : $14x + 11y = 1$ où x et y sont des entiers relatifs.
   - **a.** Justifier l'existence d'au moins une solution de **(E).** **(01 pt)**
   - **b.** Déterminer l'entier relatif x_0 tel que le couple $(x_0, -5)$ soit solution de **(E)**. **(0,5 pt)**
   - **c.** Résoudre l'équation **(E).** **(01 pt)**

2. On considère l'équation **(F)** : $14x + 11y = 700$ où x et y sont des entiers relatifs.

a. Résoudre **(F).** **(01,5 pt)**

b. Dans un lycée, un groupe d'élèves, composé de plus de garçons que de filles, a dépensé 700 pièces de 100 F lors d'une fête de fin d'année. Les garçons ont dépensé 14 pièces chacun et les filles 11 pièces chacune.
Déterminer le nombre de garçons et le nombre de filles qu'il y avait dans le groupe. **(02 pts)**

EXERCICE 3 (06,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 2})$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. **a.** Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **(0,5 pt)**

b. Montrer que f est dérivable sur D_f et que pour tout réel x de D_f , $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$. **(0,75 pt)**

b. Montrer que le point $A(1, 0)$ est un centre de symétrie de C_f. **(0,75 pt)**

c. Dresser le tableau de variations de f. **(01 pt)**

2. On considère la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} I_0 = \int_0^2 \frac{dt}{\sqrt{t^2 - 2t + 2}} \\ I_n = \int_0^2 \frac{(t-1)^{2n}}{\sqrt{t^2 - 2t + 2}}\,dt, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

On pose $K = \int_0^2 \sqrt{t^2 - 2t + 2}\ dt$.

a. Calculer I_0. **(0,5 pt)**

b. Montrer que : $I_0 + I_1 = K$. **(0,5 pt)**

c. En utilisant une intégration par partie sur K, montrer que $I_1 + K = 2\sqrt{2}$. **(01 pt)**

d. En déduire la valeur de I_1. **(0,5 pt)**

3. **a.** Montrer que pour tout entier n non nul, $\frac{\sqrt{2}}{2n+1} \leq I_n \leq \frac{2}{2n+1}$. **(0,75 pt)**

b. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$. **(0,25 pt)**