



MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : 4 points

On considère la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par : $U_n = \left(\frac{1}{2e^2}\right)^n$.

- 1) Calculer U_0 et U_1 . 0,5 pt
- 2) Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme. 1,5 pt
- 3) Etudier la convergence de la suite (U_n) . 0,5 pt
- 4) Soit $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
 - a) Exprimer S_n en fonction de n . 1 pt
 - b) Calculer la limite de S_n . 0,5 pt

EXERCICE 2 : 6 points

A- Lors d'une journée de consultation médicale un médecin a consigné l'âge en X années et la Fréquence Cardiaque Maximale (FCM) Y dans le tableau suivant.

Age X	23	35	40	48	50	52	56
FCM Y	201	195	187	189	183	185	189

- 1) Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal d'origine $K(22 ; 176)$ avec $1\text{cm} = 2$ ans en abscisse et $1\text{cm} = 4$ unités (FCM) en ordonnée. 0,5 pt
- 2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre les variables X et Y . 1 pt
- 3) Quelle interprétation peut-on faire de ce résultat ? 0,5 pt
- 4) Déterminer la droite de régression $(D_{Y/X})$ de Y en X par la méthode des moindres carrés. 1 pt
- 5) Tracer dans le repère précédent la droite $(D_{Y/X})$. 1 pt

B- Dans la littérature, la formule d'ASTRAND qui relie la FCM (Y) à l'âge (X) est donnée par
(Δ) : $Y = 220 - X$

- 1) A l'aide des 2 méthodes d'ajustement, estimer la FCM d'une personne âgée de 26 ans. 1 pt
- 2) Sachant que cette personne a une Fréquence Cardiaque Maximale de 192, préciser la meilleure des méthodes d'ajustement. 1 pt

PROBLEME : 10 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -2 + \ln(1 + e^{-x})$.

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$ puis en déduire l'existence éventuelle d'une asymptote (verticale ou horizontale). **1,5 pt**
- 2) a) Démontrer que, pour tout nombre réel x : $f(x) = -x - 2 + \ln(1 + e^x)$. **0,5 pt**
b) En déduire que C_f admet en $-\infty$ une asymptote oblique $(\Delta) : y = -x - 2$. **0,5 pt**
c) Étudier la position relative de (Δ) par rapport à C_f . **0,5 pt**
- 3) a) Vérifier que pour tout nombre réel x : $f'(x) = \frac{-1}{1+e^x}$. **0,5 pt**
b) Étudier le sens de variation de f . **0,5 pt**
c) Dresser le tableau de variation de f . **0,75 pt**
- 4) a) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} vers un intervalle J à préciser. **0,75 pt**
b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à $] -1,86 ; -1,85[$. **0,5 pt**
c) Montrer que $f[-\ln(e-1)] = -1$ et $f'[-\ln(e-1)] = \frac{1-e}{e}$. **1 pt**
d) En déduire la valeur de $(f^{-1})'(-1)$. **1 pt**
- 5) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f avec l'axe des ordonnées. **0,5 pt**
- 6) Tracer C_f et les asymptotes. **1,5 pt**