-

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
OFFICE DU BACCALAUREAT
BP 5005-DAKAR-Fann-Sénégal
Serveur Vocal : 628 05 59
Téléfax (221) 33 864 67 39 - Tél. : 824 95 92 - 824 65 81

2020 G 22 AR
3 heures
Série L2-L'1-L1a-L1b-LA
Coef. 2

Epreuve du 1^{er} groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.
Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.
Leur utilisation sera considérée comme une fraude.(CF.Circulaire n^0 5990/OB/DIR. du 12 08 1998)

Exercice 1 (05 points).

Le polynôme P défini pour tout réel x par : $P(x) = 6x^4 - 13x^3 - 12x^2 + 39x - 18$.

1. Montrer que $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont des racines du polynôme P. **(0,5 + 0,5) pt**

2. Factoriser le polynôme P en produit de facteurs du premier degré. **1 pt**

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $(x - \frac{2}{3})(x - \frac{3}{2})(6x^2 - 18) \geq 0$. **1 pt**

4. On pose $X = \ln x,\ x > 0$. En déduire les solutions des équations suivantes :

a. $(\ln x)^4 - 2(\ln x)^2 - 3 = \frac{13}{6}(\ln x)^3 - \frac{13}{2}(\ln x)$. **1 pt**

b. $6e^{4X} - 12e^{2X} - 18 = 13e^{3X} - 39e^X$. **1 pt**

Exercice 2 (05, 5 points).

On considère la suite numérique (U_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2. \end{cases}$

1. Calculer U_1, U_2 et U_3. **0,75pt**

2. Montrer que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique. **(0,25 + 0,25)pt**

3. On considère la suite $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $P_n = U_n - 4$.

a. Montrer que la suite (P_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et donner son premier terme. **0,75pt**

b. Exprimer P_n en fonction de n, puis U_n en fonction de n. **1pt**

c. Calculer la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$. **1pt**

4. On pose $S_n = P_0 + P_1 + ... + P_{n-1}$ et $S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_{n-1}$.

a. Exprimer S_n en fonction de n et calculer sa limite quand n tend vers $+\infty$. **(0,5 + 0,25)pt**

b. Exprimer S'_n en fonction de n. **(0,75)pt**

PROBLEME (09, 5 points).

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, d'unité graphique $2cm$.

1. a. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **0,5 pt**

b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f puis interpréter graphiquement les résultats. **(1 + 0,5) pt**

2. Montrer que pour tout réel $x \in]0\,;+\infty[$, $f^{'}(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$. **1 pt**

a. Etudier le signe de $f^{'}(x)$ suivant les valeurs de x. **1, 5 pt**

b. Dresser le tableau de variations de f sur $x \in]0\,;+\infty[$. **1pt**

3. Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 1. **0, 5 pt**

4. Tracer la tangente (T) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère. **1, 5 pt**

5. Soit la fonction F définie par $F(x) = \dfrac{1}{2}(\ln x)^2 + 1$.

a. Montrer que $F^{'}(x) = f(x)$ pour tout réel $x \in]0\,;+\infty[$ **1 pt**

b. En déduire l'aire en cm^2 du domaine du plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **1 pt**