

**M A T H E M A T I Q U E S****Exercice 1 (05 points)**

Pour chacune des questions de ce questionnaire à choix multiples, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est correcte. Sur ta copie, indique le numéro de la question, la réponse correcte et une justification de la réponse.

Une réponse correcte est notée 0,5 point et la justification 0,5 point. Une réponse fausse ou une absence de réponse sont notées 0 point.

N°	Questions	Réponses			
		A	B	C	D
1	Soit $f$ la fonction numérique à variable réelle définie par $f(x) = \ln(x^2)$ . Quel est l'ensemble de définition de $f$ ?	$\mathbb{R}$	$]0, +\infty[$	$]1, +\infty[$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$
2	Quelle est la limite quand $x$ tend vers 1 de $\frac{e^{x-1}-1}{x^2-1}$ ?	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	1
3	Quelle est l'écriture sous forme exponentielle du nombre complexe $z = -\sqrt{3} - i\sqrt{3}$ ?	$\sqrt{6} e^{-i\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{6} e^{i\frac{5\pi}{4}}$	$\sqrt{3} e^{i\frac{5\pi}{4}}$	$\sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{4}}$
4	Soit $f$ définie par $f(x) = x^3 (\ln x)^2$ Quelle est l'expression de sa dérivée ?	$x^2(3\ln^2 x + 2)$	$3x^2 + \frac{2}{x}$	$x^2(3\ln^2 x + 1)$	$x^2 \ln x(3\ln x + 2)$
5	Quelle est l'expression de la solution de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ vérifiant $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$ ?	$\cos 4x$	$1 + \sin 2x$	$\cos 2x$	$2 - e^{-4x}$

**Exercice 2 (4 points)**

Dans l'espace muni du repère orthonormal direct  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1, 2, -3)$ ,  $B(-5, -2, -4)$ ,  $C(3, -6, 2)$ ,  $D(3, -2, 0)$  et  $E(-2, 4, 5)$ .

1. Démontrer que les points A, B, C et D sont coplanaires. (1 pt)

2. Déterminer une équation cartésienne du plan (P) passant par les points A, B et C. (1 pt)

3. Montrer que le point E n'appartient pas au plan (P). (0,5 pt)

4. Dans sa politique de gestion de l'environnement, la mairesse d'une commune décide pour le stockage des déchets plastiques de construire un entrepôt ayant la forme du solide  $EABC$ , l'unité étant de 10 m. Dans cette commune la quantité de déchets plastiques produits par jour est estimée à 4500 kg au début de la première année et reste constante tout au long de l'année. Cette quantité augmente au début de chaque année de 50 kg de déchets et reste constante tout au long de l'année. Madame la mairesse souhaiterait que cet entrepôt reçoive les déchets plastiques produites dans sa commune pour une durée de 5 années. On suppose que 100 kg de déchets plastiques occupent un volume de  $1 \text{ m}^3$ .

Dire avec justification à l'appui si cet entrepôt satisfait au souhait de madame la mairesse. (1,5 pt)

Donnée : 1 an = 365 jours.

...../.....2

**Problème (11 points)****Partie A (3,5 pts)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -e^x - x + 2$ .

1. Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de  $g$ . (1 pt)
2. a) Calculer l'expression de la dérivée  $g'$  de  $g$  puis étudier son signe. (0,75 pt)  
b) Etablir alors le tableau de variation de  $g$ . (0,5 pt)
3. a) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution. On la notera  $\alpha$ . (0,5 pt)  
b) Montrer que  $\alpha$  est compris entre 0,4 et 0,5. (0,25 pt)
4. Déterminer alors le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . (0,5 pt)

**Partie B (5,5 pts)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x-1}{e^x} - x + 3$  et  $(C)$  sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ , (unité graphique 2 cm).

1. Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$  et la limite de  $f$  en  $+\infty$ . (1 pt)
2. a) Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ . (1 pt)  
b) Dresser le tableau de variations de  $f$ . (0,5 pt)
3. a) Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = -x + 3$  est asymptote à  $(C)$  en  $+\infty$ . (0,5 pt)  
b) Etudier la position relative de  $(C)$  et  $(D)$ . (0,5 pt)  
c) Etudier la branche infinie de  $(C)$  en  $-\infty$ . (0,5 pt)  
d) Tracer  $(C)$  et  $(D)$ . On prendra  $\alpha \approx 0,44$ . (1,5 pt)

**Partie C (2 pts)**

Un menuisier métallique reçoit une commande d'abris de scooters ayant deux faces. Chaque face latérale est représentée par le domaine délimité par  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2,5$ . L'unité est le mètre. Il veut connaître l'aire d'une face latérale pour avoir une idée sur le nombre de plaques de forme rectangulaire nécessaires dont une dimension est 2,5 m. Il voudrait ainsi réduire les déchets sur la fabrication d'une face latérale.

Déterminer une valeur approchée à 0,01 m<sup>2</sup> près de l'aire d'une face latérale d'un abri et une valeur approchée minimale à 0,01 m près de l'autre dimension d'une plaque pour réduire les déchets.