MATHEMATIQUES

CORRIGE

EXERCICE 1

1) a = 2
2) $\det M \neq 0$ donc M est inversible.

   $M^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$
3) $S = \{(1;2;3)\}$
4) $MX = B$ et M inversible donc $X = M^{-1}B$

   $S = \{(1;2;3)\}$

EXERCICE 2

1) Calcul de l'amortissement constant

$a_{20} = a_1 + 19\left(-\frac{V_0 i}{n}\right)$ donc $a_{20} - a_1 = -19A.i \Rightarrow A.i = 20\,000$

$$a_1 = A + V_0 i = A + 20A.i \Rightarrow A = 200\,000\ FCFA$$

2) Le montant de la dette

   $V_0 = nA$ donc $V_0 = 4\,000\,000\ F\ CFA$
3) Calcul du taux

$$A.i = 20\,000 \Rightarrow i = 0{,}1 \Rightarrow t = 10\%$$

4) Tableau d'amortissement

Mois	Capital restant au début de période	Intérêt	Amortissement	Mensualité
1	4 000 000	400 000	200 000	600 000
20	200 000	20 000	200 000	220 000

PROBLEME

PARTIE A

1) $g'(x) = 3x^2 + \frac{2}{x} > 0$ sur $]0;+\infty[$

   g croissante sur $]0;+\infty[$
2) $g(1) = 0$

   Sur $]0;1[$, $g(x) < 0$

   Sur $]1;+\infty[$, $g(x) > 0$

a) Sur $]0;+\infty[$, g est continue strictement croissante de $]0;+\infty[$ vers $J = \mathbb{R}$ donc g est bijective de $]0;+\infty[$ vers $J = \mathbb{R}$

b) $g^{-1}(0) = 1$

$(g^{-1})'(0) = \dfrac{1}{5}$

PARTIE B

1) $D_f = \ ]0;+\infty[$.
$\lim\limits_{0^+} f(x) = +\infty \quad ; \lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty$

2) $f'(x) = \frac{x^4-x+2x\ln x}{x^4}$ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

3) Sur $]0;1[$ $f'(x) < 0$
Sur $]1;+\infty[$ $f'(x) < 0$

4) Tableau de variation

x	0		1		$+\infty$
f' (x)		-	0	+	
f	$+\infty$				$+\infty$
			3		

5) a) $\lim\limits_{+\infty} f(x) - y = 0$

b) $f(x) - y = -\frac{\ln x}{x^2}$

Sur $]0;1[$, $f(x) - y > 0$ (C_f) est au dessus de (D)

Sur $]1;+\infty[$, $f(x) - y < 0$ (C_f) est en dessous de (D)

6) Courbe

7) a) Sur $]0;1[$, h est continue strictement décroissante de $]0;1[$ vers $K = \ ]3;+\infty[$ d'où h est bijective de $]0;1[$ vers $K = \ ]3;+\infty[$.

b) Courbe de $(C_{h^{-1}})$

8) $A = \int_e^{e^2} (y - f(x))dx = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x^2}\, dx = \frac{2e-3}{e^2}\ cm^2$