OFFICE DU BACCALAUREAT

Durée : 4 heures

Séries : S2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

E.mail :office@ucad.sn
siteweb :officedubac.sn

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 (05 points)

Une étude sur une population constituée d'hommes et de femmes révèle que 45 % des individus de cette population sont de teint clair. Parmi eux, 70 % des femmes et 40 % des hommes sont de teint clair.

On choisit au hasard un individu dans cette population, on note son teint et on considère les événements suivants :

F : « L'individu choisi est une femme »,

C : « L'individu choisi est de teint clair ».

1) Illustrer cette situation à l'aide d'un arbre pondéré. **(0,5 pt)**
2) Donner les probabilités $p(C), p(C/F) et\ p(C/\bar{F})$ · **(0,75 pt)**
3) Montrer que $p(F) = \frac{1}{6}$ · **(01 pt)**
4) On choisit au hasard un individu de teint clair dans cette population.
   Déterminer la probabilité que cet individu soit une femme. **(0,5 pt)**
5) Chaque semaine, on choisit au hasard un individu de cette population. Les choix sont supposés indépendants.
   a. Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement deux individus de teint clair parmi les personnes choisies en 4 semaines consécutives. **(0,75 pt)**
   b. Pour tout entier naturel non nul n, on note P_n la probabilité qu'il y ait au moins un individu de teint clair parmi les personnes choisies en n semaines consécutives.
   Montrer que $P_n = 1 - \left(\frac{11}{20}\right)^n$. **(0,75 pt)**
   c. Déterminer le nombre minimal de semaines nécessaires pour qu'il y ait au moins un individu de teint clair parmi les personnes choisies avec une probabilité supérieure ou égal à 0,99. **(0,75 pt)**

EXERCICE 2 (04 points)

Le plan (P) est muni du repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique $1\ cm$. On note A, B et C les points de (P) d'affixes respectives $z_A = 2 + 5i$; $z_B = 5 - 4i\ et\ z_C = -1 - 4i$.

1) Placer les points A, B et C dans (P). **(0,75 pt)**
2) Calculer les distances AB, AC et BC, puis en déduire la nature du triangle ABC · **(01 pt)**
3) Soit D le point de (P) d'affixe $z_D = 2 - 4i$.
   a. Placer le point D dans (P). **(0,25 pt)**
   b. Calculer $\frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$ · En déduire la nature du triangle ADB. **(0,5 pt)**
4) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ADB.
   Déterminer l'affixe du centre J de (C) et calculer son rayon r. **(0,5 pt)**
5) Soit E le symétrique de D par rapport à J.
   a. Déterminer l'affixe de E et montrer que E appartient à (C). **(0,5 pt)**
   b. Préciser la nature du quadrilatère $AEBD$ en justifiant la réponse. **(0,5 pt)**

EXERCICE 3 (02 points)

Soit a un nombre rationnel strictement positif et n un entier naturel. Donner les limites suivantes :
$\lim_{x\to 0^+} x^a \ln(x)$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^a}$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^a}$; $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x$.

PROBLEME **(09 points)**

PARTIE A **(02 points)**

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1+x)\,e^{x} - 1$.

1) Etudier les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. **(0,5 pt)**
2) Calculer $g'(x)$ puis étudier son signe. **(0,5 pt)**
3) Dresser le tableau de variations de g. **(0,5 pt)**
4) Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de g. **(0,5 pt)**

PARTIE B **(07 points)**

Soient f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x\,(e^{x} - 1) & si\ x \leq 0 \\ \dfrac{x}{\ln x} & si\ x > 0 \end{cases}$.

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique $1cm$.

1) Démontrer que l'ensemble de définition D_f de f est $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ · **(0,5 pt)**
2) Etudier la continuité de f en 0. **(0,5 pt)**
3) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter géométriquement le résultat obtenu. **(0,75 pt)**
4) Etudier les limites de f aux bornes de D_f et interpréter graphiquement, si possible, les résultats obtenus. **(01,25 pt)**
5) Préciser la nature des branches infinies de (C_f) · **(0,5 pt)**
6) a. Calculer $f'(x)$ sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[\backslash\{1\}$ · **(0,5 pt)**
   b. Etudier le signe de $f'(x)$ sur D_f · **(0,5 pt)**
7) Dresser le tableau de variations de f. **(0,5 pt)**
8) Construire (C_f) et ses asymptotes. **(01 pt)**
9) Soit α un réel strictement négatif.
   a. Déterminer l'aire $A(\alpha)$ exprimée avec l'unité d'aire de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f), la droite d'équation $y = -x$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \alpha$. **(0,75 pt)**
   b. En déduire $\lim\limits_{\alpha \to -\infty} A(\alpha)$. **(0,25 pt)**