



MATHÉMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 (08 points)

Une entreprise sénégalaise effectue un don d'engrais (en milliers de kilogrammes) à la culture d'arachide dans cinq régions du pays. Son intention est de tester l'efficacité de son engrais par rapport à la production (en milliers de tonnes) obtenue. Le tableau ci-dessous représente la production d'arachide (y_i) en fonction de la quantité d'engrais (x_i) utilisée.

x_i	6	8	9	10	12
y_i	10	14	15	18	20

A l'aide des informations ci-dessus et des outils mathématiques au programme :

- la production d'arachide obtenue est-elle fortement corrélée à la quantité d'engrais utilisée? Justifier la réponse. (05 points)
- donner une estimation de la production si le don d'engrais s'élève à 20 (en milliers de kilogrammes). (03 points)

EXERCICE 2 (06 points)

Un dé truqué à six faces numérotées de 1 à 6 est tel que les faces 1 et 6 ont la même probabilité de sortie et apparaissent deux fois plus que les autres faces. On note P_i la probabilité d'apparition de la face numérotée i .

- Montrer que $P_1 = \frac{1}{4}$. (01 point)
- En déduire P_2, P_3, P_4, P_5 et P_6 . (02,5 points)
- Soit A l'événement « obtenir un nombre pair ». Calculer la probabilité de A. (0,5 point)
- On lance 10 fois de suite ce dé. Les résultats des lancers étant indépendants, déterminer la probabilité d'obtenir 6 fois un nombre pair. (02 points)

EXERCICE 3 (06 points)

On désigne par f une fonction non constante, positive et deux fois dérivable sur \mathbb{R} telle que :

$$\begin{cases} (f(x))^2 - (f'(x))^2 = 1, \forall x \in \mathbb{R} \\ f'(0) = 0. \end{cases}$$

- Calculer $f(0)$. (01 point)
- Montrer que pour tout réel x , $f''(x) = f(x)$. (02 points)
- On pose $k(x) = f'(x) + f(x)$ et $j(x) = f'(x) - f(x)$.
 - Calculer $j(0)$ et $k(0)$. (01 point)
 - Montrer que pour tout réel x , $k'(x) = k(x)$ et $j'(x) = -j(x)$. (01 point)
 - En déduire l'expression algébrique de $k(x)$ et $j(x)$ puis montrer que $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. (01 point)