



M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 (06 points)

Donner pour chaque item la bonne proposition parmi les trois données. **Chaque bonne proposition trouvée rapporte (01 point).**

1. Soit f une fonction numérique définie sur \mathbb{R} telle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ alors :

- La courbe de f admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.
- La courbe de f admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
- La courbe de f admet une demi-tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2. $\int_1^2 x \ln x \, dx$ est égale à :

- $2 \ln 2 - \frac{3}{4}$
- $2 \ln 2 + \frac{1}{2}$
- $2 \ln 2$

3. Soit z le nombre complexe de forme exponentielle $re^{i\theta}$ avec $\theta \in [0, 2\pi]$.

Un argument de $\frac{1+i\sqrt{3}}{z}$ est :

- $\frac{\pi}{3} + \theta$
- $\frac{\pi}{6} - \theta$
- $\frac{\pi}{3} - \theta$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$ est égale à :

- 0
- 1
- $+\infty$

5. Soit p une probabilité sur un univers Ω , A et B sont deux événements de Ω . On suppose que $p(B) \neq 0$.

Les événements A et B sont indépendants si et seulement si :

- $p_B(A) = P(A)$
- $p(A \cap B) = P(A) + P(B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^a}$ avec $a > 0$ est égale à

- 0
- 1
- $+\infty$

EXERCICE 2 (06 points)

La Grippe est une infection respiratoire contagieuse due aux virus influenza. Elle se propage facilement lorsqu'une personne tousse ou éternue. Les médecins décident de lutter contre la propagation de la maladie dans la population ; un test est mis au point pour le dépistage de cette grippe. Ils considèrent que le test est fiable lorsqu'au moins 99 personnes sur 100 ayant un test positif sont réellement malades. Le laboratoire faisant ce test fournit les caractéristiques suivantes :

Une personne malade a 49 chances sur 50 d'être testée positive.

Une personne non malade a une chance sur 1000 d'être testée positive.

Les médecins procèdent à un test de dépistage systématique dans une population « cible ». On note p , la proportion de personnes atteintes dans la population « cible ».

Soit f la proportion d'individus susceptibles d'être malades sachant qu'ils sont déclarés positifs par le test.

- En t'appuyant sur les informations fournies dans le texte et sur les outils mathématiques au programme, aide les médecins à montrer que f s'exprime en fonction de p par : $f(p) = \frac{980p}{979p+1}$.
- A partir de quelle proportion de personnes atteintes dans la population jugent-ils que le test est fiable ?

EXERCICE 3 (08 points)

On considère dans \mathbb{C} l'équation $(E) : z^3 + (-5 + 6i)z + 12 + 18i = 0$.

1. a. Vérifier que (E) admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera. **(01 point)**
- b. Montrer que $2i$ est une solution de (E) . **(01 point)**
- c. Achever la résolution de l'équation (E) . **(02 points)**

2. On considère dans le plan complexe muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ les points A, B, M et M' d'affixes respectives

$$2i, -3, z \text{ et } Z \text{ tels que } Z = \frac{z-2i}{z+3}.$$

- a. Montrer que $OM' = \frac{MA}{MB}$. **(02 points)**
- b. Déterminer l'ensemble (G) des points M du plan tels que $OM' = 1$. **(02 points)**