UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
❒❒◆❒❒
OFFICE DU BACCALAUREAT
E.mail : office@ucad.edu.sn
site web : officedubac.sn

2024 TSTEG37RA0112
Durée : 4 heures
Séries : STEG – Coef. 4
Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 : **(05 points)**

La population d'une ville est estimée à 280 000 habitants au mois de décembre 2023. Au 1er janvier 2024, la ville est frappée par une épidémie due à un virus. D'après les spécialistes, chaque mois, le virus infecte 10% de la population encore non atteinte.

On note P_0 la population en décembre 2023 et P_n la population non infectée au *n-ième* mois après le mois de décembre 2023.

1) Déterminer la population non infectée P_1 en Janvier 2024 et P_2 celle de Février 2024. **(1 pt)**

2) Montrer que la population non infectée au *n-ième* mois est donnée par: $P_n = 0{,}9 \times P_{n-1}$ · **(1 pt)**

3) Montrer que la suite $(P_n)_{n\geq 0}$ ainsi obtenue est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **(1 pt)**

4) A partir de quel mois la moitié de la population sera-t-elle infectée ? **(1 pt)**

5) Déterminer le nombre de personnes qui seront infectées dans cette ville au mois de Juillet 2024. **(1 pt)**

EXERCICE 2 : **(05 points)**

Un emprunt de 3 950 500 F CFA est remboursable en 8 annuités constantes. La première est payable dans un an au taux annuel de 9 %.

1) Calculer l'annuité de remboursement. **(0,5 pt)**

2) Etablir le tableau d'amortissement de l'emprunt considéré. **(3,5 pts)**

3) Déterminer le montant de la dette trois trimestres après le versement de la sixième annuité. **(1 pt)**

PROBLEME **(10 points)**

PARTIE A

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) - \frac{1}{e^x+1}$ ·

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **(0,5 pt)**

2) Calculer les limites aux bornes de D_f. **(1 pt)**

3) Montrer que pour tout réel x appartenant à D_f, $f'(x) = \frac{-1}{(e^x+1)^2}$ · **(0,5 pt)**

4) Dresser le tableau de variations de f. **(0,5 pt)**

5) Déterminer alors le signe de f sur D_f · **(0,5 pt)**

PARTIE B

Soit g la fonction définie par : $g(x) = e^x \ln(1 + e^{-x})$ ·

1) On note (C_g) la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité 2 cm.

2) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g. **(0,5 pt)**

3) a) Montrer que tout réel x appartenant à D_g, on a : $g(x) = \frac{\ln(1+e^{-x})}{e^{-x}}$ · **(0,5 pt)**

b) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. **(0,5 pt)**

4) a) Montrer que tout réel x appartenant à D_g, on a : $g(x) = e^x \ln(1+e^x) - xe^x$ **.** **(0,5 pt)**

b) En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$. **(0,5 pt)**

5) a) Calculer l'expression $g'(x)$ de la fonction dérivée g' de g · . **(0,5 pt)**

b) Montrer que tout réel x appartenant à D_g, on a : $g'(x) = e^x f(x)$ **.** **(0,5 pt)**

c) Déterminer alors le signe de $g'(x)$ pour tout réel x appartenant à D_g · **(0,5 pt)**

6) Dresser le tableau de variations de g. **(0,5 pt)**

7) Tracer (C_g) · **(1 pt)**

8) a) A l'aide d'une intégration par parties calculer $\int_0^1 e^x \ln(1+e^{-x})\, dx$. **(1 pt)**

b) En déduire l'aire, en cm^2, du domaine délimité par la courbe (C_g), l'axe des abcisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. **(0,5 pt)**