UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
□□□♦□□□
OFFICE DU BACCALAUREAT
Email : office@ucad.edu.sn
site web :office dubac.sn



2023GL22NA0128
Durée : 3 heures
Séries : L1a-L1b-L'1-L2-LA – Coef. 2
**Epreuve du 1 er groupe**

# MATHEMATIQUES

**Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB/Dir. Du 12.08.1988).**

## EXERCICE 1 : (04,5 points)

1. Rappeler la définition d'une suite géométrique et celle d'une suite arithmétique. **(01 pt)**
2. Soit $(u_n)$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme $u_0$.
   Donner l'expression de $u_n$ en fonction de r, n et $u_1$. **(0,75 pt)**
3. Soit $(v_n)$ une suite géométrique de raison q et de premier terme $v_0$.
   Donner l'expression de $v_n$ en fonction de q, n et $v_0$. **(0,75 pt)**
4. Soit A un événement d'un univers Ω dans une épreuve aléatoire.
   Dans le cas de l'équiprobabilité, rappeler la formule de la probabilité de A. **(01 pt)**
   Dans le cas de non équiprobabilité, quelle serait la probabilité de A ? **(01 pt)**

## EXERCICE 2 : (03,5 points)

Soit les suites $(u_n)$ et $(v_n)$définies par : $\begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$ et $v_n = u_n - 3$.

1. Calculer $u_1, u_2, v_0$ et $v_1$. **(01 pt)**
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$. Quelle est la nature de la suite $(v_n)$? **(0,5+0,5 pt)**
3. Exprimer $v_n$ en fonction de $n$. **(0,5 pt)**
4. Exprimer $u_n$ en fonction de $v_n$, puis en fonction de $n$. **(0,5+0,5 pt)**

## EXERCICE 3 : (06 points)

Aminata a dans son sac sept billets de banque dont trois de 10000f et quatre de 5000f.
Elle désire acheter pour son fils un vélo qui coûte 30000f dans un magasin. Elle tire au hasard simultanément 4 billets de son sac et compte le montant obtenu. On précise que tous les billets ont la même chance d'être tirés.

1. Déterminer tous les montants qu'elle peut obtenir à l'issue de ce tirage. **(02 pts)**
2. Calculer la probabilité d'obtenir un montant supérieur ou égal à 25000f. **(02 pts)**
3. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement le montant permettant à Aminata d'acheter le vélo ? **(02 pts)**

## EXERCICE 4: (06 points)

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par $f(x) = e^{x-1} - x + 1$ et $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de f. **(0,5 pt)**
2. Calculer les limites aux bornes de $D_f$. **(0,5 pt)**
3. Montrer que la droite $(D) : y = -x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe $(C_f)$ en $-\infty$. **(0,5 pt)**
4. Etudier la position de $(C_f)$ par rapport à (D). **(0,25 pt)**
5. Calculer la dérivée $f'$ de f puis étudier son signe. **(0,75 pt)**
6. Dresser le tableau de variations de f. **(0,5 pt)**
7. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu. **(0,5 pt)**
8. Tracer la droite (D) et la courbe $(C_f)$ dans le même repère. **(01,5 pt)**
9. Soit la fonction F définie par $F(x) = e^{x-1} - \frac{1}{2}x^2 + x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.
   a. Montrer que F est une primitive de f dans $\mathbb{R}$ . **(0,5 pt)**
   b. Calculer $\int_0^2 f(x)dx$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu. **(0,5 pt)**