UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 1/2

❒❒◆❒❒

OFFICE DU BACCALAUREAT

E.mail : office@ucad.edu.sn

site web : officedubac.sn

2023T37AF N°1

Durée : 4 heures

Séries : G-STEG – Coef. 5

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

CORRIGE

EXERCICE 1 (05 points)

1)

$$(E):\begin{cases} x \geq 0,\ \ y \geq 0 \\ x + y \leq 7 \\ 50\,000x + 100\,000y \leq 600\,000 \\ 150\,000x + 100\,000y \leq 1\,000\,000 \end{cases} \quad <=> \quad (E):\begin{cases} x \geq 0,\ \ y \geq 0 \\ x + y \leq 7 \\ x + 2y \leq 12 \\ 3x + 2y \leq 20 \end{cases}$$

Soient :

$(D_1): x + y = 7$

$(D_2): x + 2y = 12$

$(D_3): 3x + 2y = 20$

2) a) La fonction bénéfice (ou objectif) est $B = 30\,000x + 40\,000y$

b) Tracer les droites $(D_1), (D_2)$ et (D_3). On trouve le nombre de carreleurs $x = 2$ et le nombre de peintres $y = 5$.

c) Le bénéfice maximal est : $30\,000 \times 2 + 40\,000 \times 5 = 260\,000\ F$

EXERCICE 2 (05 points)

Le service d'un emprunt remboursable en annuités constantes, la première échéance un an après l'obtention du prêt, fait apparaître les renseignements suivants :

- La différence des deux premiers amortissements est : 41 888,733 F.
- La différence du cinquième et du quatrième amortissement est : 48 491,43 F.
- Le dernier amortissement est : 1 178 832,856 F.

1) Calculons le taux de l'emprunt et le premier amortissement. **(01,5 point)**

$$\begin{cases} A_2 - A_1 = 41\,888{,}733 \\ A_5 - A_4 = 48\,491{,}43 \end{cases}$$

On en déduit que : $1 + i = \sqrt[3]{\frac{48\,491{,}43}{41\,888{,}733}}$. Par suite, $i = 0{,}05$ et $t = 5\%$.

On obtient alors : $A_1 = \frac{41\,888{,}733}{0{,}05} = 837\,774{,}66$

2) Le montant de l'annuité **:**

$\mathrm{a} = \mathrm{A_n}(1 + \mathrm{i}) = 1\,178\,832{,}856(1{,}05) => a = 1237\,774{,}5\ \ FCFA$

3) Le nombre d'annuités :

$A_n = A_1(1 + i)^{n-1} => n = 8.$

4) Le montant de la dette :

$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^8 - 1}{i} = 837\,774{,}66\ \frac{1{,}05^8 - 1}{0{,}05} = 8\,000\,000\ F\ CFA.$

5) Le capital remboursé :

$$R_5 = A_1 \frac{(1 + i)^5 - 1}{i} = 4\,629\,233{,}842\ F\ CFA$$

Problème

Partie A

1) $\lim\limits_{0^+} g(x) = +\infty \qquad \lim\limits_{+\infty} g(x) = -\infty$

2) $g'(x) = -\frac{1}{x^3}(x^2 + 4x + 6)$.

   $g'(x) < 0$ sur $]0; +\infty[$ donc g décroissante sur $]0; +\infty[$.

3)

x	0 $+\infty$
$g'(x)$	-
g	$+\infty$ ↘ $-\infty$

4) g continue strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.
   $g(3{,}6) = 0{,}0616$
   $g(3{,}7) = -0{,}0081$
   Donc $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$.

5) Sur $]0; \alpha[\ \ g(x) > 0$

6) Sur $]\alpha; +\infty[\ \ g(x) < 0$

Partie B

1) $D_f = \ ]0; +\infty[$.

2) $\lim\limits_{0^+} f(x) = -\infty$; la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote parallèle à l'axe des abscisses.

3) a) Vérification

   b) $\lim\limits_{+\infty} f(x) = 1$; la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées.

4)

   a) $f'(x) = e^{-x}(-\ln x + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})$.

   b) $f'(x) = e^{-x}\, g(x)$

c) Sur $]0; \alpha[\ \ f'(x) > 0$ donc f croissante

Sur $]\alpha; +\infty[\ \ f'(x) < 0$ donc f décroissante.

d) Tableau de variation

5) Vérification

6) Courbe