UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR 1/2 2023T05NA0129
□□♦□□
OFFICE DU BACCALAUREAT
E. mail : office@ucad.edu.sn
Site web : officedu bac.sn
Durée: 04 heures
Série : T1 – Coef. 5
Série : T2 – Coef. 4

Epreuve du 1er groupe

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 **(04,5 points)**

Dans l'espace muni du repère orthonormal direct $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points suivants :

$A(1,0,0)$, $B\ (0,2,0)$ et $C\ (0,0,3)$.

1. a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. **(01 pt)**

b) Justifier alors que les points A, B et C déterminent un plan $(\mathcal{P})$. **(0,5 pt)**

c) Déterminer une équation cartésienne de $(\mathcal{P})$. **(0,5 pt)**

2. Soit I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$

On désigne par Δ la droite passant par I et de vecteur directeur $\vec{k}$ et par Δ' la droite passant par J et de vecteur directeur $\vec{j}$.

a) Déterminer une représentation paramétrique pour chacune des droites Δ et Δ'. **(02×0,5 pt)**

b) Soit Ω le point d'intersection de Δ et Δ'. Déterminer les coordonnées de Ω, **(0,5 pt)**

c) Calculer la distance du point Ω au plan $(\mathcal{P})$. **(01 pt)**

EXERCICE 2 **(05,5 points)**

1. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $\mathbf{z^2-(3-i)z+4=0}$.

a) Résoudre (E). On écrira les solutions z_1 et z_2 sous forme algébrique où z_1 est la solution dont la partie imaginaire est strictement positive. **(01 pt)**

b) Mettre z_1 et z_2 sous forme trigonométrique. **(01 pt)**

2. On considère dans $\mathbb{C}$ une autre équation (E') : $3z^3-(9-i)z^2+(14+6i)z-8i=0$.

a) Montrer (E') admet une racine imaginaire pure que l'on déterminera. On la notera z_0 · **(0,75 pt)**

b) Résoudre alors (E'). **(0,75 pt)**

3. Dans le plan complexe, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $1+i$, $2-2i$ et $\frac{2}{3}i$ ·

On pose $Z=\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$

a) Déterminer le module et l'argument principal de Z puis les interpréter géométriquement. **(01,5 pt)**

b) Déterminer alors la nature exacte du triangle ABC. **(0,5 pt)**

PROBLEME **(10 points)**

PARTIE A **(03 points)**

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2+3x-4+4\ln x$.

1. Déterminer la limite de g en 0 et la limite de g en $+\infty$ · **(02×0,5 pt)**

2. Soit g' la dérivée de g.

a) Montrer que pour tout réel x strictement positif, $g'(x)=\frac{2x^2+3x+4}{x}$ · **(0,5 pt)**

b) Dresser alors le tableau de variations de g. **(0,75 pt)**

3. Calculer $g(1)$, puis en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0,+\infty[$. **(0,25 pt+0,5 pt)**

Epreuve du 1^er^ groupe

PARTIE B (05,75 points)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = x + 3\ln x - \frac{4\ln x}{x}$.

On note (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (unité : 3 cm).

1. Déterminer la limite de f en 0 puis interpréter géométriquement le résultat. **(0,5 pt+0,25pt)**

On pourra remarquer que : $\forall x \in]0,+\infty[,\ f(x) = x + \left(3 - \frac{4}{x}\right)\ln x$.

2. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$. **(0,5 pt)**

b) Etudier la branche infinie de (C_f) en $+\infty$. **(0,5 pt)**

3. a) Montrer que pour tout réel x strictement positif : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. **(0,75pt)**

b) En utilisant les résultats de la partie A, dresser le tableau de variations de f. **(0,75pt)**

4. a) Déterminer les points d'intersection de (C_f) et de la droite $\Delta : y = x$. **(0,75pt)**

b) Etudier la position relative de (C_f) et Δ. **(0,75pt)**

c) Tracer soigneusement (C_f) et Δ. **(01pt)**

PARTIE C (01,25 point)

1. Soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x) = x\ln x - x$. **(0,25pt)**
Calculer $h'(x)$ où h' est la dérivée de h sur $]0,+\infty[$.

2. Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par (C_f), Δ, $(D_1) : x = 1$ et $(D_2) : x = \frac{4}{3}$.
On donnera la valeur exacte de $\mathcal{A}$ et une valeur approchée à 10^{-2} près. **(01pt)**