

**M A T H E M A T I Q U E S**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB / Dir. Du 12.08.1988)

**EXERCICE 1 :** (05 points)

Pour chaque item, choisir la bonne réponse et justifier le choix fait. Chaque bonne réponse justifiée rapporte 1 point.

ITEMS	REPONSES
1. Si $f$ est la fonction numérique définie par $f(x) = e^x - x$ , alors on a :	<p>a. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty</math>.</p> <p>b. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0</math>.</p> <p>c. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty</math>.</p>
2. Si $f$ est la fonction numérique définie dans $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$ , alors la fonction dérivée de $f$ est définie dans $]0; +\infty[$ par :	<p>a. <math>f'(x) = 2x \ln x</math>.</p> <p>b. <math>f'(x) = x(\ln x^2 + 1)</math>.</p> <p>c. <math>f'(x) = 2 \ln x - x</math>.</p>
3. Si $(u_n)$ est la suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 4$ , alors on a :	<p>a. <math>u_{10} = \frac{1}{256}</math>.</p> <p>b. <math>u_n = \frac{4}{2^{n-1}}</math>.</p> <p>c. <math>u_n = \frac{1}{2^{n-1}}</math>.</p>
4. Si $f$ et $g$ sont les fonctions numériques définies respectivement par $f(x) = 2x^2 + 1$ et $g(x) = \frac{x-2}{x+1}$ , alors, pour tout réel $x$ , on a :	<p>a. <math>(g \circ f)(0) = 9</math>.</p> <p>b. <math>(g \circ f)(x) = 2 \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^2 + 1</math>.</p> <p>c. <math>(g \circ f)(x) = \frac{2x^2-1}{2(x^2+1)}</math>.</p>
5. Si $f$ est la fonction numérique définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ , alors la primitive $F$ de $f$ dans $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 2$ est définie par :	<p>a. <math>F(x) = 3x^2 + 6x + 2</math>.</p> <p>b. <math>F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^3 + x^2 + x + 2</math>.</p> <p>c. <math>F(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 2</math>.</p>

**EXERCICE 2 :** (05 points)

Le groupement des femmes d'un village, après une formation sur l'entrepreneuriat, a reçu un financement de la DER (Délégation à l'Entrepreneuriat Rapide) pour mener des activités dont les bénéfices serviront à appuyer la maternité du village en médicaments. Pour cela, elles ont mis en place une petite unité de fabrication de savons qui sont commercialisés au niveau de points de ventes installés dans tous les villages de la commune. Le tableau suivant donne l'évolution de leur chiffre d'affaire en fonction du nombre de points de vente, après cinq années d'activité :

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Nombre de points de vente	10	20	40	70	100
Chiffre d'affaire en milliers	37,5	61,5	97,5	180	270,4

Quel serait leur chiffre d'affaire en 2018, si elles projettent de mettre en place 120 points de vente ? Les résultats des calculs seront donnés à  $10^{-2}$  près par défaut.

**PROBLEME :** (10 points)

Soit la fonction numérique  $f$  qui à tout réel  $x$  associe  $f(x) = xe^x - 1$ .

On désigne par  $(C_f)$  sa représentation graphique dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , unité 2 cm.

- Donner l'ensemble de définition  $D_f$  de la fonction  $f$ . (0,5 pt)
  - Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat. (01 pt)
- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ , puis  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement les résultats. (01,5 pt)
- Soit  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Calculer la dérivée  $f'(x)$  de la fonction  $f$ , puis étudier son signe. (01,5 pt)
  - Dresser le tableau des variations de  $f$ . (01 pt)
  - Donner une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $x = 0$ . (01 pt)
- Construire la tangente  $(T)$  et la courbe  $(C_f)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (01,5 pt)
- Soit la fonction  $F$  définie par  $F(x) = xe^x - e^x - x$ .
  - Justifier que  $F$  est une primitive de  $f$  dans  $D_f$ . (01 pt)
  - Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire  $\mathcal{A}$  du domaine plan délimité par la courbe  $(C_f)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives  $x = 1$  et  $x = \ln 4$ . (01 pt)