



MATHÉMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB / Dir. Du 12.08.1988)

EXERCICE 1 : 05 points

Pour chaque item, choisir la bonne réponse et justifier le choix fait. Chaque bonne réponse justifiée rapporte **1 point**.

ITEMS	REPONSES												
1. Si f est la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x} - x$, alors on a :	a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.												
2. Une urne contient 3 boules vertes et 7 boules jaunes toutes identiques et indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise 4 boules de l'urne. Ainsi la probabilité de l'événement A : « tirer 2 boules vertes et 2 boules jaunes » est :	a. $P(A) = 0,3$. b. $P(A) = 0,05$. c. $P(A) = 0,2$.												
3. La solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln(x - 3) + \ln(x - 1) = 3 \ln 2$ est :	a. $S = \{-1 ; 5\}$. b. $S = \{-5 ; 1\}$. c. $S = \{5\}$.												
4. Soit la série statistique $(x ; y)$ représentée dans le tableau : <table border="1"><tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td><td>11</td><td>14</td></tr></table> La covariance de la série statistique $(x ; y)$ est :	x	2	4	6	8	10	y	2	5	8	11	14	a. $\text{Cov}(x, y) = 10$. b. $\text{Cov}(x, y) = -14$. c. $\text{Cov}(x, y) = 12$.
x	2	4	6	8	10								
y	2	5	8	11	14								
5. La forme factorisée du polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 7x + 6$ est :	a. $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)$. b. $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$. c. $P(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$.												

EXERCICE 2 : 05 points

Une association pour la promotion des valeurs civiques publie une vidéo de prévention contre les violences en milieu sportif.

Au premier jour, la vidéo est visionnée par 500 personnes.

Chaque jour suivant, grâce aux partages, le nombre de nouvelles « vues » augmente de 10% par rapport à la veille.

Pour apprécier l'impact de la publication, l'association cherche à déterminer le nombre total de « vues » qu'elle peut avoir au bout de 30 jours si cette tendance est maintenue.

On note v_n le nombre de nouveaux visionnages le jour n . Ainsi pour le jour 1 on a $v_1 = 500$. En faisant appel à tes connaissances mathématiques, aide cette association à déterminer ce nombre de « vues » recherché.

PROBLEME : 10 points

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = x^2 - 1 - 2 \ln x.$$

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, d'unité graphique 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f . (0,5 pt)

2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu. (0,5 pt + 0,25pt)

3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. (1 pt)

Interpréter graphiquement les résultats obtenus. (0,25 pt)

4. a. Montrer que la fonction dérivée f' de f est définie par $f'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x}$ pour tout $x > 0$, puis étudier son signe. (1,5 pt)

b. Dresser le tableau de variations de f . (1 pt)

5. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 2. (0,5 pt)

6. a. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous : (1,25 pt)

x	0,5	1	2	2,5	3
f(x)					

b. Représenter la tangente (T) et la courbe (C_f) dans le plan muni du repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (1,5 pt)

7. Soit F la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2x \ln x + x$.

a. Calculer $F'(x)$. Que représente F pour la fonction f ? (1 pt)

b. Calculer l'intégrale $\int_1^2 f(x)dx$ puis interpréter graphiquement le résultat. (0,75 pt)