



M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude. (Cf. Circulaire n° 5990/OB / Dir. Du 12.08.1988).

EXERCICE 1 : 08 points

Soit la suite la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5} \end{cases}$$

1. Calculer U_1 et U_2 . (1 pt)
2. On pose $V_n = U_n - 1$.
 - a. Montrer que la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (2 pts)
 - b. Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n . (1,5 pt)
3. On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $Z_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
 - a. Exprimer S_n , puis Z_n en fonction de n . (2 pts)
 - b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} Z_n$. (1,5 pt)

EXERCICE 2 : 06 points

Soit P le polynôme défini par $P(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$.

1. Calculer $P(-1)$. En déduire une factorisation de $P(x)$. (2 pts)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. (1 pt)
3. Déduire de la question 2. la résolution des équations suivantes :
 - a. $2(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 2(\ln x) - 1 = 0$. (1,5 pt)
 - b. $2e^{3x+2} + e^{2x+2} - 2e^{x+2} - e^2 = 0$. (1,5 pt)

EXERCICE 3 : 06 points

Depuis 2018, à chaque ouverture des classes, le gouvernement scolaire d'un lycée distribue des kits scolaires à des élèves qui sont dans le besoin. Le président du gouvernement scolaire a consigné dans le tableau ci-dessous, le nombre de kits scolaires offerts chaque année, en désignant par 1 le rang de l'année 2018.

x_i (rang de l'année)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_i (nombre de kits distribués)	10	18	25	32	32	36	40	45	50

Si cette tendance se poursuit, en faisant appel à tes connaissances mathématiques, aide ce gouvernement scolaire à déterminer le nombre minimal de kits scolaires à distribuer en 2029.