

**OFFICE DU BACCALAUREAT**E.mail : office@ucad.edu.snsite web : officedubac.sn**Epreuve du 2^{ème} groupe****MATHEMATIQUES**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 : (06 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification.

Une réponse correcte justifiée rapporte **1,5 point** et une réponse correcte non justifiée ne rapporte **aucun point**.

Proposition 1

Si f est une application bijective d'un intervalle I vers un intervalle J non dérivable sur I , alors sa réciproque f^{-1} n'est pas dérivable sur J .

Proposition 2 :

Si A et B sont deux événements indépendants, alors leurs contraires $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Proposition 3 :

S'il existe un couple d'entiers relatifs (u, v) tel que $au + bv = 5$, alors $PGDC(a, b) = 5$.

Proposition 4 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le plan $\mathcal{P}$ perpendiculaire à la droite

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = t \end{cases}, \text{ où } t \in \mathbb{R} \text{ et passant par le point } O \text{ a pour équation : } 2x - 3y + z = 0.$$

EXERCICE 2 : (06 points)

1. a) Rappeler l'énoncé de l'identité de Bézout.
b) Utiliser l'identité de Bézout pour démontrer le résultat suivant :

Etant données trois entiers a, b et c , si a divise bc avec a et b premiers entre eux alors a divise c . **1 pt**

2. a) Rappeler l'énoncé du théorème de Gauss.
b) Utiliser théorème de Gauss pour démontrer le résultat suivant :

Etant donnés deux entiers non nuls b et c et p un entier premier, si p divise bc , alors p divise b ou p divise c . **1 pt**

3. On se propose de déterminer tous les entiers x solutions de l'équation suivante :

$$(E) : x^2 + x + 5 \equiv 0[7].$$

a) Justifier que $1 \equiv -6 [7]$.

1 pt

b) Déterminer les entiers solutions de (E).

1,5 pt

4. Soit x un chiffre du système de numérotation en base 10.

Un entier N est un multiple de 7 et s'écrit $\overline{115}^x$. Déterminer x .

1,5 pt

EXERCICE 3 : (08 points)

Un joueur débute un jeu au cours duquel il est amené à faire successivement plusieurs parties.

La probabilité que le joueur gagne la première partie est de 0,8.

Le jeu se déroule de la manière suivante :

➤ s'il gagne une partie, alors la probabilité de gagner la partie suivante est de 0,95 ;

➤ s'il perd une partie, alors la probabilité de perdre la partie suivante est de 0,1.

Pour tout entier naturel n non nul, on note G_n l'événement : « le joueur gagne la n -ième partie » et p_n la probabilité de l'événement G_n .

1. Le joueur fait exactement trois parties successives indépendantes.

a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « le joueur a perdu les trois premières parties ».

1 pt

B : « le joueur a gagné au moins deux des trois premières parties ».

1 pt

b) On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de fois où le joueur gagne lors des trois premières parties.

Déterminer la loi de probabilité de X .

1,5 pt

2. Le joueur fait n parties successives indépendantes ($n \geq 2$).

a) Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, les probabilités des événements $G_n \cap G_{n+1}$ et

$\overline{G}_n \cap G_{n+1}$ en fonction de p_n .

1 pt

b) En déduire que $p_{n+1} = 0,05p_n + 0,9$ pour tout entier naturel n non nul.

0,5 pt

3. On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $U_n = p_n - \frac{18}{19}$.

a) Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

1 pt

b) En déduire, pour tout entier naturel n non nul, U_n et p_n en fonction de n .

1 pt

c) Quelle est la probabilité pour qu'un joueur gagne la vingtième partie ?

1 pt